INFORME TÉCNICO DE INGENIERÍA

Modulación IQ

Fundamentos, análisis de no idealidades y técnicas de compensación

Franco A. Alcaraz

Versión 2.0
5 de junio de 2015

Incluye convenciones explícitas, modelos generales, procedimientos de calibración y ejemplos numéricos. Las figuras se calculan a partir de sus ecuaciones; los resultados presentados son analíticos y de simulación, sin atribuirles una validación experimental de hardware.

Resumen

La modulación en cuadratura permite representar una señal pasabanda real mediante una envolvente compleja de banda base. Su implementación con dos DACs, filtros y mezcladores introduce errores que pueden generar fuga de portadora, componentes imagen y distorsión dependiente de la frecuencia.

Este informe establece una convención uniforme de modulación y Fourier, deriva la generación de tonos y chirps lineales y analiza la respuesta de retención de orden cero. Luego estudia los offsets de continua, el desbalance de ganancias, el error de cuadratura del oscilador local, el acoplamiento entre ramas y el retardo diferencial. El acoplamiento capacitivo se obtiene de un circuito equivalente y se compara con su solución nodal, evitando asignar respuestas universales a mecanismos parásitos sin conocer sus impedancias.

Se distingue entre amplitud, potencia, nivel de imagen e índice de rechazo de imagen. Un modelo con término conjugado reúne los errores lineales y permite formular una predistorsión y una estrategia de calibración. El informe cierra con límites de aplicación y conclusiones.

Palabras clave: modulación IQ, envolvente compleja, rechazo de imagen, fuga de portadora, calibración, predistorsión, chirp lineal.

Índice general

Resumen i

1. Objetivos, alcance y convenciones 1

1.1. Objetivo del informe . . . 1
1.2. Alcance y supuestos . . . 1
1.3. Convención de modulación y transformada . . . 1
1.4. Símbolos y magnitudes . . . 2
1.5. Convenciones gráficas . . . 2

2. Fundamentos de la modulación IQ 3

2.1. Envolvente compleja y representación vectorial . . . 3
2.2. Conversión de frecuencia y espectro real . . . 4
2.3. Recuperación de banda base . . . 5
2.4. Modulación de un tono puro . . . 5
2.5. Ancho de banda y muestreo . . . 7
2.6. Chirp lineal de duración finita . . . 7

3. Implementación y respuesta de los DACs 10

3.1. Cadena de generación . . . 10
3.2. Retención de orden cero y sinc . . . 10
3.3. Compensación dentro de la banda útil . . . 11

4. Offsets de continua y fuga de portadora 13

4.1. Modelo de offset . . . 13
4.2. Compensación digital y analógica . . . 13
4.3. Búsqueda del mínimo . . . 16

5. Desbalance de ganancias 17

5.1. Modelo general con componente conjugada . . . 17
5.2. Tono y trayectoria elíptica . . . 17
5.3. Métricas y ejemplos . . . 19
5.4. Compensación y límite de resolución . . . 19

6. Error de cuadratura del oscilador local **21**
6.1. Modelo de los mezcladores . . . 21
6.2. Tono, imagen y fase común . . . 22
6.3. Ganancia y fase simultáneas . . . 24

7. Acoplamiento entre ramas de banda base **25**
7.1. Modelo LTI y necesidad de un circuito equivalente . . . 25
7.2. Acoplamiento cruzado asimétrico . . . 26
7.3. Circuito capacitivo simétrico . . . 26
7.4. Magnitud, fase y señal modulada . . . 30

8. Retardo diferencial y error combinado **34**
8.1. Retardos en las ramas de banda base . . . 34
8.2. Nivel de imagen y aproximación de banda estrecha . . . 36
8.3. Cuadratura del LO y retardo simultáneos . . . 36
8.4. Retardo de fase y retardo de grupo . . . 37

9. Modelo unificado y predistorsión **40**
9.1. Modelo con término conjugado . . . 40
9.2. Inversión del modelo constante . . . 40
9.3. Extensión dependiente de frecuencia . . . 40
9.4. Orden práctico de las correcciones . . . 41

10. Procedimiento de calibración y verificación **42**
10.1. Preparación de la medición . . . 42
10.2. Secuencia propuesta . . . 42
10.3. FFT, coherencia y normalización . . . 43
10.4. Criterios de aceptación y límites . . . 43

11. Conclusiones **44**

Bibliografía **45**

Índice de figuras

2.1. Representación vectorial: (a) coordenadas $I(t)$ y $Q(t)$ de la envolvente $A_m e^{j\omega_m t}$; (b) en el marco que gira a f_0, una componente en $f_0 + f_m$ gira a $+\omega_m$ y una en $f_0 - f_m$ gira a $-\omega_m$. 3

2.2. Espectro de una envolvente genérica de ancho W (izquierda) y de la señal RF real (derecha), en módulo y fase. La réplica en $-f_0$ es $\frac{1}{2}B^*(-f - f_0)$: está reflejada y su fase cambia de signo. 4

2.3. Proceso de modulación de una envolvente con $B(f)$ real: descomposición en $I_f(f)$ (parte par) y $jQ_f(f)$ (parte impar), mezcla con las portadoras y suma de ambas ramas. 5

2.4. Espectro de líneas de un tono ideal. En banda base hay una única línea en f_m; la señal RF real contiene $\frac{1}{2}A_m$ en $f_0 + f_m$ y su réplica conjugada en $-f_0 - f_m$. 6

2.5. Tono ideal: $f_0 = 1\,\text{MHz}$, $f_m = 125\,\text{kHz}$, $f_s = 4\,\text{MHz}$ y $A_m = 1$. El espectro bilateral muestra las réplicas necesarias de una señal RF real. 6

2.6. Chirp LFM de $T = 250\,\mu\text{s}$ y excursión de $f_a = -25$ a $f_b = +25\,\text{kHz}$. Su espectro presenta ondulaciones y energía fuera del intervalo del barrido debido a su duración y ventana finitas. 8

2.7. Traslación esquemática de un chirp de ancho $W = f_b - f_a$. El color indica el instante en que se visita cada frecuencia; la altura constante es sólo la aproximación de espectro rectangular. 8

2.8. Simulación RF de un chirp centrado de 50 kHz y duración $1024\,\mu\text{s}$, con $f_0 = 1\,\text{MHz}$. La amplitud de cada bin espectral depende de la duración y se referencia a $A_m/2$; no se interpreta como el nivel de un tono. 9

3.1. Modulador IQ con DACs: conversión con reloj común, amplificación, filtrado de reconstrucción (LPF), mezcla con el LO en cuadratura, suma y filtrado de RF (BPF). Los signos corresponden a ecuación (1.1); una realización puede incorporar el signo en el LO. 10

3.2. Salida de un DAC con retención de orden cero a $f_s = 60\,\text{MHz}$ (vista unilateral de una señal real) para tonos de 8, 16 y 25 MHz: (a) sin compensación; (b) con precompensación de amplitud limitada a la banda útil y normalizada al nivel del borde. 11

3.3. Magnitud de la retención de orden cero y precompensación limitada a $\pm 25\,\text{MHz}$ para $f_s = 60\,\text{MHz}$. 12

4.1. Representación fasorial de un offset $O = 0.3A_m$ con $\theta_O = 36.9°$, exagerado para facilitar la lectura. El vector O es estático en el marco del LO y desplaza el centro de la trayectoria. 14

4.2. Espectros con offset de continua $O = 0.3A_m$: (a) envolvente genérica; (b) tono. La fuga aparece exactamente en f_0 y en su réplica $-f_0$. 14

4.3. Offsets $O_I = 0.04$ y $O_Q = 0.03$ para $A_m = 1$. La componente RF en f_0 queda a $-26.02\,\text{dBc}$. 15

4.4. Corrección de offsets: ajuste digital sumado a las secuencias antes de los DACs (trazo discontinuo) o ajuste analógico mediante DACs auxiliares después de los DACs de señal. 15

5.1. Desbalance de ganancias con $G_I = 1.2$ y $G_Q = 0.7$: (a) trayectoria elíptica y proyecciones $G_I I(t)$ y $G_Q Q(t)$; (b) descomposición en una componente útil y una imagen que giran en sentidos opuestos. 18

5.2. Caso $G_I = 1.05$, $G_Q = 0.95$: amplitud deseada unitaria e imagen de amplitud 0.05, equivalente a $-26.02\,\text{dBc}$. 18

5.3. Espectro de líneas con $G_I = 0.95$ y $G_Q = 0.70$: $|D| = 0.825A_m$ e imagen $|E| = 0.125A_m$, es decir, $-16.39\,\text{dBc}$. El trazo discontinuo indica el nivel nominal. 19

5.4. Nivel de imagen y ganancia útil al variar $G_I - G_Q$ con $G_Q = 1$. La referencia de imagen es la señal útil real. 20

6.1. Error de cuadratura en el oscilador local: las salidas del divisor presentan desviaciones ϕ_I y ϕ_Q respecto de sus fases nominales. 21

6.2. Error de cuadratura con $\phi_I = 27°$ y $\phi_Q = 9°$: (a) ejes efectivos no ortogonales; (b) componentes útil e imagen. El eje mayor de la elipse no coincide con los ejes I y Q. 22

6.3. Espectro de líneas para el caso de figura 6.2: la línea útil tiene fase $\bar{\phi} = 18°$ y la imagen $\bar{\phi} + 90° = 108°$, con módulos $\cos(\Delta\phi/2)$ y $\sin(\Delta\phi/2)$. 22

6.4. Errores $\phi_I = 27°$ y $\phi_Q = 9°$: $\Delta\phi = 18°$, rotación común de 18° e imagen a aproximadamente $-16.01\,\text{dBc}$. 23

6.5. Rechazo de imagen para errores de cuadratura entre 0.01° y 5°. En cero el modelo ideal tiene rechazo infinito; un sistema físico queda limitado por otros errores. . . . 23

7.1. Acoplamiento entre ramas de banda base representado por la matriz $H(f)$ de ecuación (7.1). Los cruces son $K_{I\to Q} = H_{QI}$ y $K_{Q\to I} = H_{IQ}$. 25

7.2. Trayectorias para un cruce simétrico $B_{\text{sal}} = B + jKB^*(-f)$ con $|K| = 0.25$. Fila superior: términos constante, derivativo e integrador. Fila inferior: $K = 0.15 + 0.1j\omega + 0.1/(j\omega)$ en dos frecuencias normalizadas, $\omega_{m1} = 0.5$ y $\omega_{m2} = 2$. La recta punteada indica el eje mayor. 27

7.3. Cruces directos distintos: $K_{I\to Q} = 0.1$ y $K_{Q\to I} = 0.2$. El coeficiente directo es $1 - 0.05j$ y el de imagen es $0.15j$. 28

7.4. Intercambio de las señales I y Q: el tono $b(t) = A_m e^{j\omega_m t}$ se convierte en $jb^*(t)$, que parte de 90° (punto verde) y gira en sentido negativo. 28

7.5. Circuito concentrado de acoplamiento capacitivo entre ramas simétricas. Al desactivar una fuente ideal de tensión, su resistencia serie permanece conectada a tierra. 29

7.6. Superposición en el circuito de figura 7.5: (a) la rama I se acopla en la rama Q; (b) la rama Q se acopla en la rama I. La fuente apagada deja su resistencia serie conectada a tierra. 29

7.7. Amplitudes referidas a la señal nominal y fases de las transferencias del circuito simétrico. La fase de la transferencia cruzada no es directamente la fase de la imagen RF. 30

7.8. Componentes útil (azul) e imagen (rojo) del circuito capacitivo simétrico para $x = 0.05$, 0.5 y 5. La recta punteada indica la dirección de 45°. 31

7.9. Trayectorias de la envolvente para distintos valores de x. El acoplamiento fuerte degenera la elipse en una recta a 45°; la componente deseada y la imagen tienen igual módulo. 32

7.10. Ejemplo temporal y espectral con $R_S = R_L = 50\,\Omega$, $C_M = 5\,\text{nF}$ y $f_m = 125\,\text{kHz}$. Las fuentes se normalizan para obtener $A_m = 1$ sin acoplamiento. 32

7.11. Espectro de dos tonos de igual amplitud nominal en el circuito capacitivo, con $x_1 = \omega_{m1}\tau_C = 0.1$ y $x_2 = \omega_{m2}\tau_C = 0.5$. Los niveles se calculan con ecuación (7.8). . 33

8.1. Retardos temporales τ_I y τ_Q en las ramas de banda base, antes de los mezcladores. 34

8.2. Retardos $\tau_I = 0.7\,\mu\text{s}$ y $\tau_Q = 0.2\,\mu\text{s}$ a $f_m = 125\,\text{kHz}$. La imagen crece con el producto de la frecuencia base y el retardo diferencial. 35

8.3. Trayectorias para $\tau_I = 0.7\,\mu\text{s}$ y $\tau_Q = 0.2\,\mu\text{s}$ a tres frecuencias de banda base. El cuadrado punteado marca las amplitudes de I y Q, que el retardo no modifica. . . 35

8.4. Señal útil e imagen, referidas a la amplitud nominal, en función del producto $f_m\Delta\tau$: (a) escala lineal, con ceros y máximos periódicos; (b) escala logarítmica y aproximación de banda estrecha. El punto marca el ejemplo de 40 dB hasta 25 MHz. 36

8.5. Con $\Delta\tau = 0.5\,\mu\text{s}$ y $\Delta\phi = -9°$, el mínimo se desplaza a 50 kHz. El gráfico distingue la referencia nominal de la señal deseada real. 37

8.6. Tres tonos con $\Delta\tau = 0.5\,\mu\text{s}$: (a) banda base; (b) RF con $\Delta\phi = -9°$, cuyo cero de imagen coincide con $f_{m2} = 50\,\text{kHz}$ (×); (c) RF con $\Delta\phi = 0$. Niveles referidos a la amplitud nominal. 38

8.7. Ejemplos de filtros: Butterworth de orden 4 y cascada all-pass de cuatro etapas, con coeficientes explícitos. 38

8.8. Tren alternado de tonos a 125 y 250 kHz, filtrado con un all-pass de ejemplo. El retardo dependiente de frecuencia modifica el alineamiento temporal de los pulsos. 39

Índice de tablas

1.1. Símbolos principales. 2

5.1. Ejemplos de desbalance de ganancia. 19

7.1. Circuito capacitivo: valores calculados con ecuación (7.8). D/A_m y E/A_m indican módulos relativos. 30

Capítulo 1

Objetivos, alcance y convenciones

1.1. Objetivo del informe

El objetivo es vincular los errores observables en la salida de un modulador IQ con modelos que permitan entenderlos, estimarlos y compensarlos. El enfoque es didáctico: partir de la señal ideal, introducir una no idealidad y explicar su efecto mediante ecuaciones, espectros y trayectorias en el plano complejo.

El lector previsto es un ingeniero o estudiante con conocimientos de señales, Fourier y circuitos lineales. El informe puede servir para preparar una calibración o una simulación, pero no especifica un diseño de hardware completo ni una aceptación de un producto particular.

1.2. Alcance y supuestos

Salvo indicación contraria, se consideran mezcladores lineales ideales, fuentes coherentes, ganancias constantes y un oscilador local de frecuencia fija. Las respuestas dependientes de frecuencia se modelan como sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI). Los offsets son constantes durante cada medición. Temperatura, frecuencia de LO y nivel de excitación pueden cambiar los parámetros entre mediciones.

Quedan fuera del desarrollo cuantitativo la compresión, los productos de intermodulación, el ruido de fase, el jitter del reloj, la cuantización y los transitorios de conmutación del DAC. Estos mecanismos pueden limitar una calibración aunque el modelo lineal se haya compensado. Las tablas numéricas y figuras ilustran modelos; no corresponden a mediciones de un modulador físico.

1.3. Convención de modulación y transformada

Se usa una envolvente compleja $b(t) = I(t) + jQ(t)$, con I y Q reales, y la siguiente salida real:

$$s(t) = \mathrm{Re}\{b(t)e^{j2\pi f_0 t}\} = I(t)\cos(2\pi f_0 t) - Q(t)\sin(2\pi f_0 t). \tag{1.1}$$

Las implementaciones que suman $Q\sin$ en vez de restarlo emplean otra convención: para trasladar sus fórmulas hay que cambiar el signo de Q. No se deben mezclar ambas convenciones durante una derivación.

La transformada de Fourier se define como

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft}\,dt, \qquad x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft}\,df. \tag{1.2}$$

Cuando se usa $\omega = 2\pi f$, las derivadas se transforman en factores $j\omega$ y los retardos en $e^{-j\omega\tau}$. Todos los ángulos en ecuaciones están en radianes; los gráficos en grados lo indican.

1.4. Símbolos y magnitudes

Tabla 1.1: Símbolos principales.

Símbolo	Significado
$b(t)$, $B(f)$	Envolvente compleja y su transformada
$s(t)$, $S(f)$	Señal RF real y su transformada
f_0, f_m, f_s	Frecuencia de LO, de tono base y de muestreo
A_m	Amplitud nominal de la envolvente de un tono
G_I, G_Q	Ganancias lineales de las ramas
O_I, O_Q	Offsets de continua referidos a las entradas
ϕ_I, ϕ_Q	Errores de fase añadidos a las componentes del LO
τ_I, τ_Q	Retardos temporales de las ramas de banda base
D, E	Coeficientes complejos de señal deseada e imagen
H_{xy}	Transferencia desde la rama y hacia la rama x

Para dos sinusoides sobre la misma carga, la relación de potencias es el cuadrado de la relación de amplitudes. Se definen

$$L_{\text{img}} = 10\log_{10}\frac{P_{\text{img}}}{P_{\text{des}}} = 20\log_{10}\left|\frac{E}{D}\right| \quad [\text{dBc}], \tag{1.3}$$

$$\text{IRR} = 10\log_{10}\frac{P_{\text{des}}}{P_{\text{img}}} = -L_{\text{img}} \quad [\text{dB}]. \tag{1.4}$$

Un nivel de imagen de $-40\,\text{dBc}$ equivale a un rechazo de imagen de $40\,\text{dB}$. Esta convención se mantiene en todo el informe. La referencia debe indicarse si se compara con una amplitud nominal en lugar de con la señal deseada real.

1.5. Convenciones gráficas

Los planos IQ se dibujan en el marco que gira a f_0. Los vectores azules representan la componente útil, los rojos la imagen y los grises el offset o la fuga de LO. Los vectores se encadenan, de modo que su suma recorre la trayectoria de la envolvente. Un arco corto junto a cada vector indica su sentido de giro: $+\omega_m$ para la componente útil y $-\omega_m$ para la imagen; el offset es estático en ese marco. Cuando un vector es pequeño frente a la escala del plano, un recuadro amplía la zona marcada. Sus ejes ΔRe y ΔIm son coordenadas relativas al origen de ese vector: la ampliación conserva la geometría y las amplitudes, y sólo adapta el grosor de las flechas.

Los espectros de líneas usan el mismo código de colores. Las alturas son módulos lineales, salvo que el eje indique dB, y la réplica en $-f_0$ de la señal real se dibuja con módulo $\frac{1}{2}|B^*(-f - f_0)|$. Cuando un parámetro se exagera para facilitar la lectura, el epígrafe lo indica.

Capítulo 2

Fundamentos de la modulación IQ

2.1. Envolvente compleja y representación vectorial

Los canales I y Q son coordenadas sobre ejes ortogonales. Esa ortogonalidad no impone que sus formas de onda tengan una diferencia temporal de 90°: pueden ser dos funciones reales arbitrarias. La relación seno/coseno aparece en el caso particular de un tono complejo. Esta distinción permite extender el análisis a señales digitales, chirps y envolventes de amplitud variable [1].

La amplitud y la fase de la envolvente son

$$|b(t)| = \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)}, \qquad \arg b(t) = \operatorname{atan2}\big(Q(t), I(t)\big). \tag{2.1}$$

El cociente Q/I por sí solo no identifica el cuadrante, y su arctangente falla cuando $I = 0$. En el origen la fase no está definida. Desenvolver la fase permite eliminar saltos de 2π, pero no recupera una fase significativa en muestras de módulo nulo o dominadas por ruido.

En un marco que gira a f_0, el vector $b(t)$ gira sólo a la frecuencia de desplazamiento respecto al LO. Una imagen de frecuencia $f_0 - f_m$ gira a $-f_m$ en ese marco, aunque su frecuencia RF siga siendo positiva. Confundir esos marcos lleva a interpretar mal los sentidos de giro. Figura 2.1 muestra ambas ideas para un tono: la descomposición del vector en sus coordenadas $I(t)$ y $Q(t)$, y el sentido de giro de componentes ubicadas por encima y por debajo del LO.

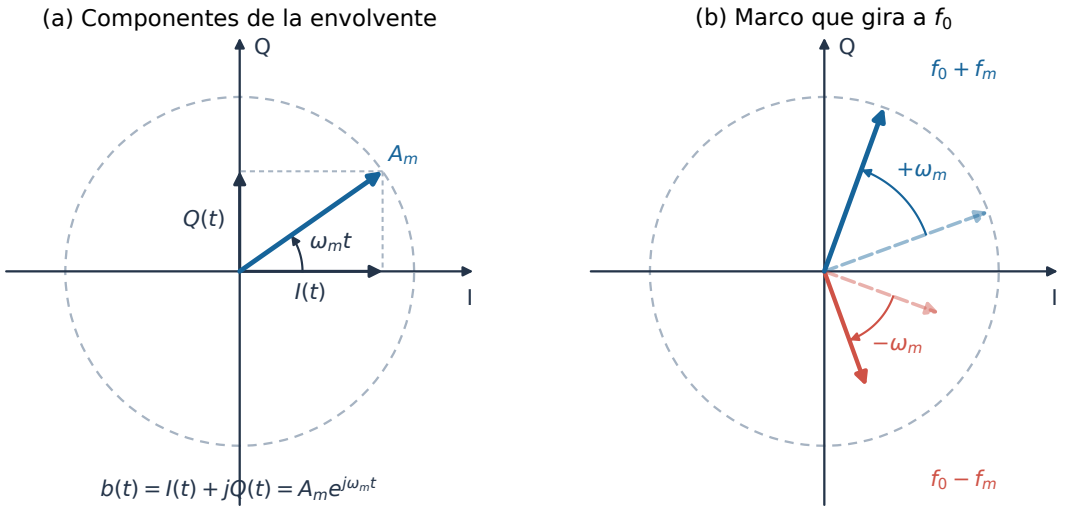


Figura 2.1: Representación vectorial: (a) coordenadas $I(t)$ y $Q(t)$ de la envolvente $A_m e^{j\omega_m t}$; (b) en el marco que gira a f_0, una componente en $f_0 + f_m$ gira a $+\omega_m$ y una en $f_0 - f_m$ gira a $-\omega_m$.

2.2. Conversión de frecuencia y espectro real

Tomar la parte real de la señal compleja equivale a

$$s(t) = \frac{1}{2}b(t)e^{j2\pi f_0 t} + \frac{1}{2}b^*(t)e^{-j2\pi f_0 t}. \tag{2.2}$$

La propiedad de conjugación y el desplazamiento de frecuencia dan

$$S(f) = \frac{1}{2}B(f - f_0) + \frac{1}{2}B^*(-f - f_0). \tag{2.3}$$

El término alrededor de $+f_0$ es una traslación del espectro complejo; el de $-f_0$ es su réplica conjugada y reflejada. Se satisface $S(-f) = S^*(f)$, como corresponde a una señal real. Los factores $1/2$ son necesarios si las amplitudes espectrales se representan en escala absoluta. Figura 2.2 lo ilustra para una envolvente genérica de ancho W: la réplica en $+f_0$ conserva la forma de $B(f)$, mientras la de $-f_0$ aparece reflejada en frecuencia y con la fase cambiada de signo.

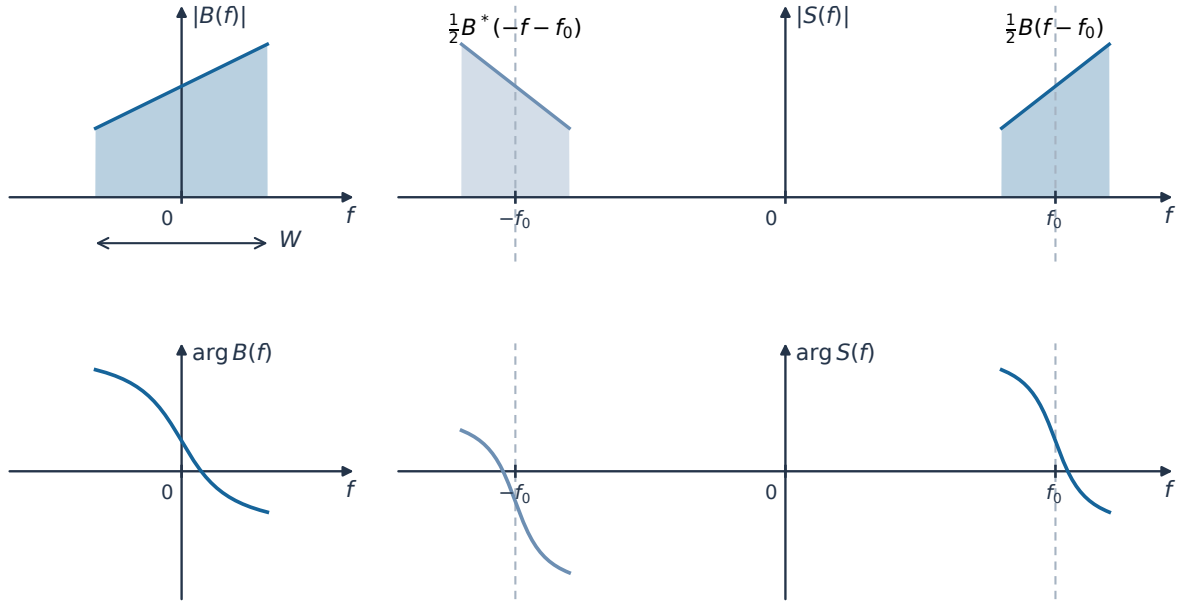


Figura 2.2: Espectro de una envolvente genérica de ancho W (izquierda) y de la señal RF real (derecha), en módulo y fase. La réplica en $-f_0$ es $\frac{1}{2}B^*(-f - f_0)$: está reflejada y su fase cambia de signo.

Las transformadas de los canales tampoco son, en general, la parte real e imaginaria punto a punto de $B(f)$:

$$I_f(f) = \frac{B(f) + B^*(-f)}{2}, \qquad Q_f(f) = \frac{B(f) - B^*(-f)}{2j}. \tag{2.4}$$

Cada una tiene simetría hermítica, porque I y Q son señales reales.

El proceso completo se representa en figura 2.3. Para dibujar espectros reales con signo se elige una envolvente con $B(f)$ real; entonces $I_f(f)$ es la parte par de $B(f)$ y $jQ_f(f)$ su parte impar. La rama Q se escribe como $[jQ(t)]\,[j\sin\omega_0 t] = -Q(t)\sin\omega_0 t$, y la portadora $j\sin\omega_0 t$ tiene líneas $+\frac{1}{2}$ en f_0 y $-\frac{1}{2}$ en $-f_0$. La parte impar se suma alrededor de $+f_0$ y entra con signo opuesto alrededor de $-f_0$; la suma de ambas ramas reproduce ecuación (2.3).

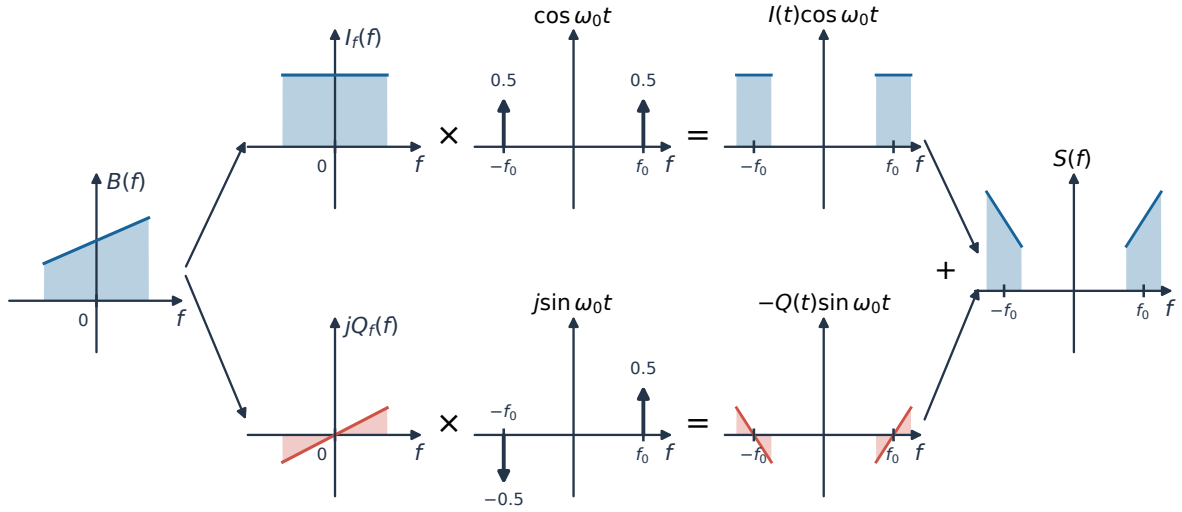


Figura 2.3: Proceso de modulación de una envolvente con $B(f)$ real: descomposición en $I_f(f)$ (parte par) y $jQ_f(f)$ (parte impar), mezcla con las portadoras y suma de ambas ramas.

2.3. Recuperación de banda base

Multiplicando la señal real por una exponencial de frecuencia negativa,

$$s(t)e^{-j2\pi f_0 t} = \frac{1}{2}b(t) + \frac{1}{2}b^*(t)e^{-j4\pi f_0 t}. \tag{2.5}$$

Si el filtro pasabajo separa ambas componentes, la recuperación es

$$b(t) = 2\,\mathrm{LPF}\{s(t)e^{-j2\pi f_0 t}\}. \tag{2.6}$$

En frecuencia, con $H_{\mathrm{LPF}}(f)$ unitario en la banda útil,

$$B(f) = 2H_{\mathrm{LPF}}(f)S(f + f_0). \tag{2.7}$$

El factor 2 normaliza la envolvente de acuerdo con ecuación (1.1); no representa una potencia que pueda recuperarse gratuitamente por filtrado. Una ganancia distinta es posible, pero debe declararse y mantenerse en toda la cadena.

2.4. Modulación de un tono puro

Para obtener $s(t) = A_m \cos[2\pi(f_0 + f_m)t + \theta_0]$ se elige

$$b(t) = A_m e^{j(2\pi f_m t + \theta_0)}, \tag{2.8}$$

$$I(t) = A_m \cos(2\pi f_m t + \theta_0), \qquad Q(t) = A_m \sin(2\pi f_m t + \theta_0). \tag{2.9}$$

Al sustituir en ecuación (1.1), las componentes en $f_0 - f_m$ se cancelan y las de $f_0 + f_m$ se suman. Un f_m negativo genera el tono por debajo del LO. Un tono de módulo constante describe un círculo en el plano de la envolvente. El espectro de líneas correspondiente se esquematiza en figura 2.4; figura 2.5 muestra la simulación con parámetros concretos.

Para N muestras, $n = 0, \ldots, N-1$, la expresión discreta es

$$b[n] = A_m e^{j(2\pi f_m n/f_s + \theta_0)}. \tag{2.10}$$

Una tabla que se repite sin discontinuidad de fase requiere $f_m N/f_s$ entero. En otro caso aparece un salto al repetirla y, por consiguiente, componentes espectrales adicionales.

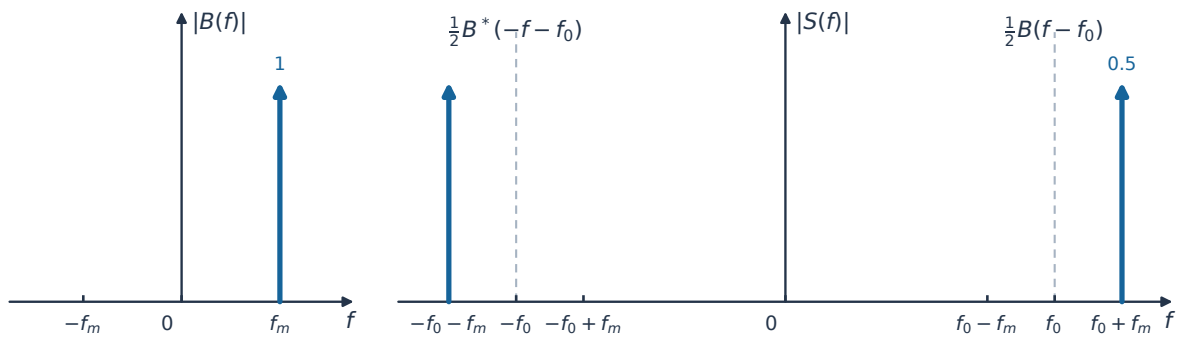


Figura 2.4: Espectro de líneas de un tono ideal. En banda base hay una única línea en f_m; la señal RF real contiene $\frac{1}{2}A_m$ en $f_0 + f_m$ y su réplica conjugada en $-f_0 - f_m$.

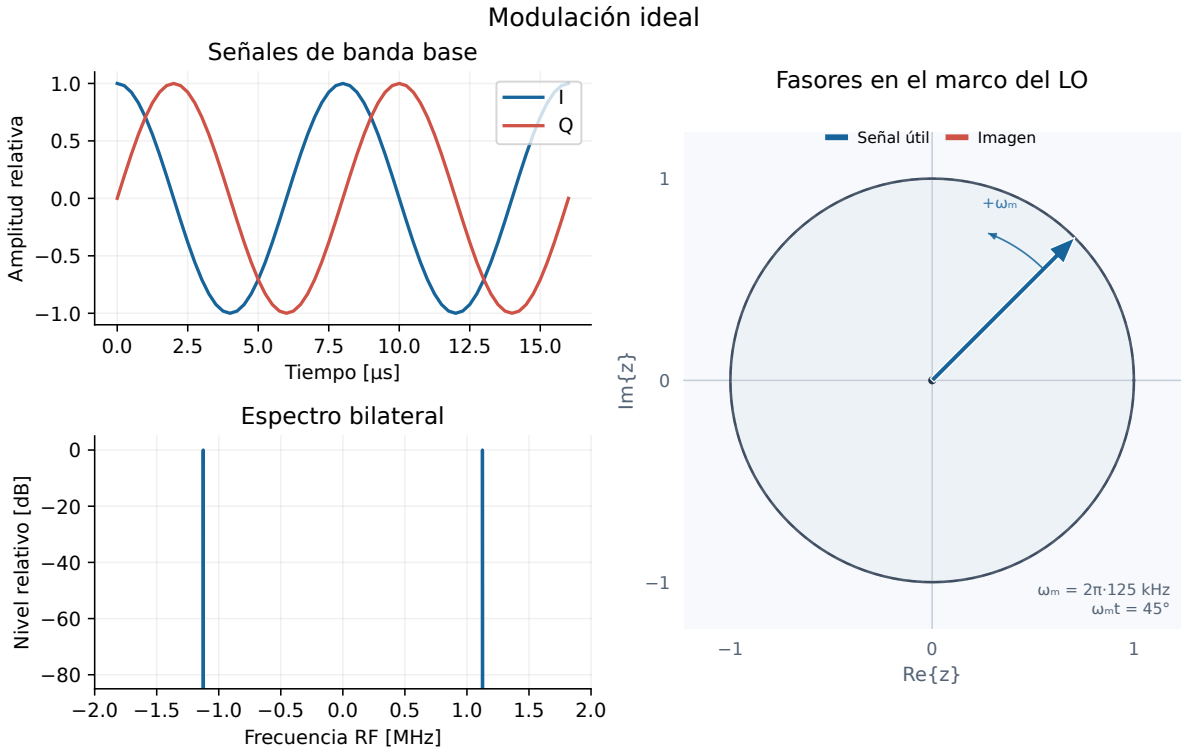


Figura 2.5: Tono ideal: $f_0 = 1\,\text{MHz}$, $f_m = 125\,\text{kHz}$, $f_s = 4\,\text{MHz}$ y $A_m = 1$. El espectro bilateral muestra las réplicas necesarias de una señal RF real.

2.5. Ancho de banda y muestreo

Si $B(f)$ ocupa $[-W/2, W/2]$, cada canal real debe representar frecuencias hasta $W/2$, y se requiere $f_s > W$ por canal para dejar margen al filtro de reconstrucción. No se obtiene una reducción universal por dos respecto de cualquier arquitectura RF: el resultado depende del muestreo directo, del posible muestreo pasabanda y de la ubicación espectral de la señal.

La representación compleja permite usar dos secuencias reales a una tasa de banda base. No elimina los dos valores por muestra compleja. Para simular directamente la RF como señal real, sin aliasing ni muestreo pasabanda, se exige además $f_s > 2(f_0 + W/2)$. Las simulaciones del informe cumplen esa condición cuando calculan la RF.

2.6. Chirp lineal de duración finita

Un chirp es una señal cuya frecuencia instantánea varía con el tiempo. Aquí se estudia el caso lineal (LFM). Para $u = t - t_a$ y $0 \le u < T$,

$$k = \frac{f_b - f_a}{T}, \qquad f(u) = f_a + ku, \tag{2.11}$$

$$\theta(u) = \theta_0 + 2\pi \left(f_a u + \frac{k}{2} u^2 \right), \tag{2.12}$$

$$b(t) = A_m w(u) e^{j\theta(u)}. \tag{2.13}$$

$w(u)$ es una ventana de duración finita. Con $w = 1$ en el intervalo y cero fuera, el chirp tiene bordes abruptos. Para centrar el barrido se usa $f_a = -W/2$, $f_b = W/2$, donde $W = |f_b - f_a|$. Para un barrido descendente se conserva el signo de k; no debe sustituirse una excursión negativa por un ancho de banda positivo sin ajustar la ley.

La versión discreta con $T = N/f_s$ es

$$\theta[n] = \theta_0 + 2\pi \left(\frac{f_a}{f_s} n + \frac{f_b - f_a}{2N f_s} n^2 \right). \tag{2.14}$$

La última muestra se toma en $(N-1)/f_s$, no en T. Por ello su frecuencia instantánea no alcanza exactamente f_b. Si se pretende que los dos extremos coincidan con las muestras extremas, debe definirse en cambio $T = (N-1)/f_s$. Ambas convenciones son válidas si se documentan.

Un espectro rectangular es sólo una aproximación para ciertos productos tiempo–ancho de banda; no es la transformada exacta del chirp finito. Una ventana suave reduce lóbulos laterales a costa de modificar la envolvente, la resolución y la energía del pulso.

Figura 2.7 esquematiza la traslación del barrido: cada frecuencia de banda base se visita en un instante distinto y la réplica de $+f_0$ conserva ese orden, mientras en la de $-f_0$ el orden se invierte.

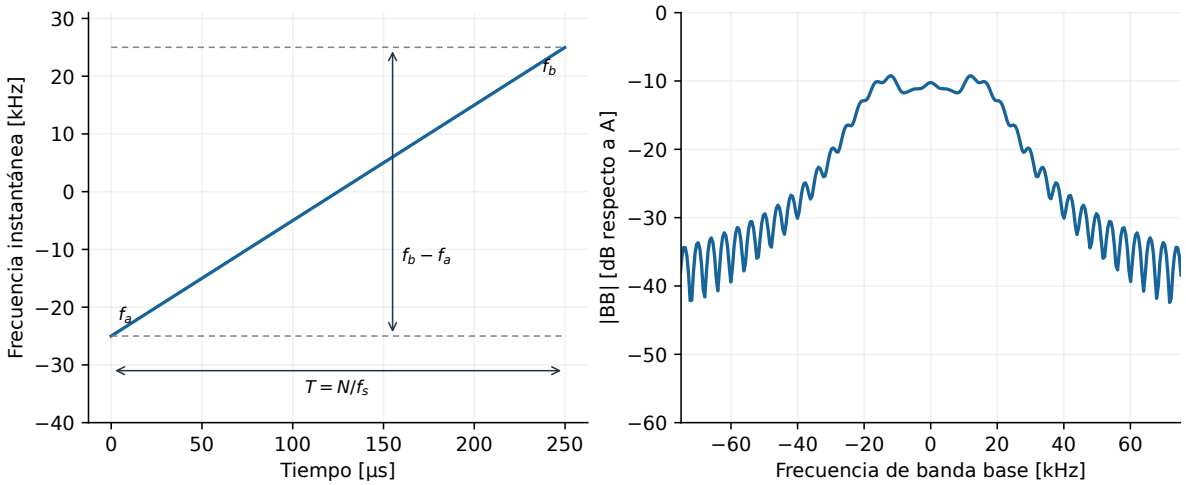


Figura 2.6: Chirp LFM de $T = 250\,\mu$s y excursión de $f_a = -25$ a $f_b = +25\,$kHz. Su espectro presenta ondulaciones y energía fuera del intervalo del barrido debido a su duración y ventana finitas.

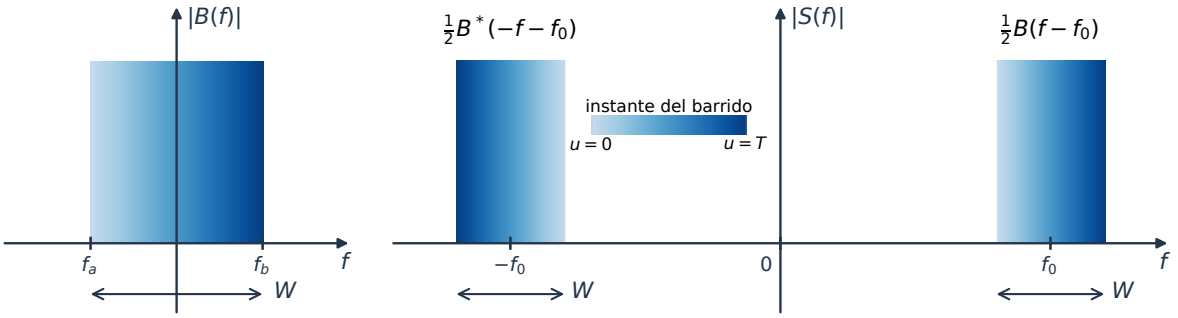


Figura 2.7: Traslación esquemática de un chirp de ancho $W = f_b - f_a$. El color indica el instante en que se visita cada frecuencia; la altura constante es sólo la aproximación de espectro rectangular.

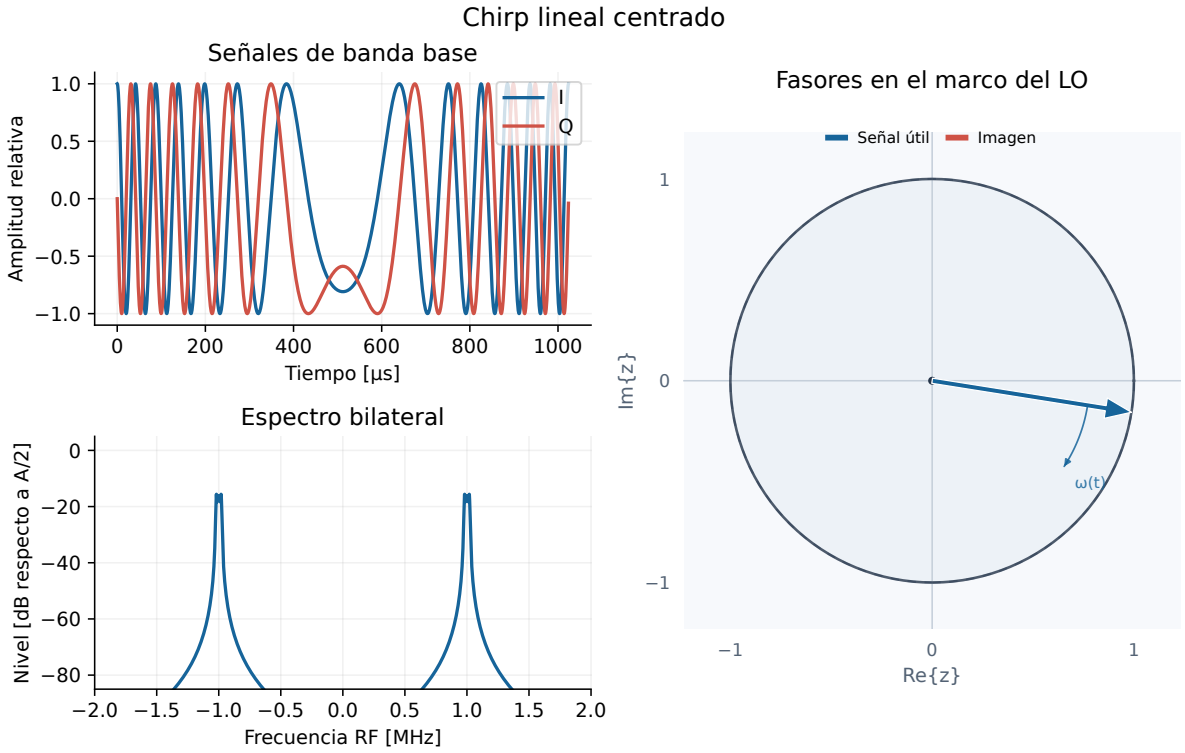


Figura 2.8: Simulación RF de un chirp centrado de 50 kHz y duración 1024 μs, con $f_0 = 1$ MHz. La amplitud de cada bin espectral depende de la duración y se referencia a $A_m/2$; no se interpreta como el nivel de un tono.

Capítulo 3

Implementación y respuesta de los DACs

3.1. Cadena de generación

Una implementación habitual parte de dos secuencias digitales, las convierte con DACs sincronizados, filtra las imágenes de muestreo y acondiciona sus niveles antes de los mezcladores. Las componentes de LO deben mantener la relación de fase especificada. Las salidas de los mezcladores se combinan y pueden atravesar una cadena de amplificación y filtrado RF [2].

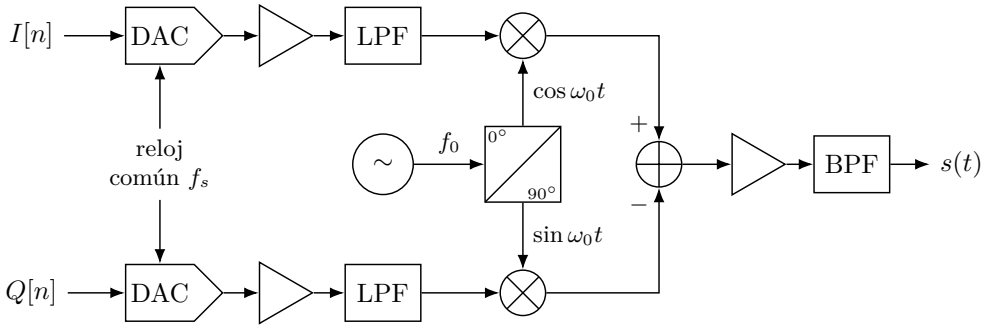


Figura 3.1: Modulador IQ con DACs: conversión con reloj común, amplificación, filtrado de reconstrucción (LPF), mezcla con el LO en cuadratura, suma y filtrado de RF (BPF). Los signos corresponden a ecuación (1.1); una realización puede incorporar el signo en el LO.

La calidad del balance depende de la cadena completa, no sólo de la igualdad nominal de los DACs. Ganancias, impedancias, filtros y líneas pueden introducir diferencias dependientes de frecuencia. Conviene preservar simetría de recorrido y entorno eléctrico y medir el conjunto en sus condiciones reales de carga y excitación.

3.2. Retención de orden cero y sinc

Un DAC ideal con retención de orden cero mantiene cada muestra durante $T_s = 1/f_s$. El pulso rectangular causal tiene transformada $T_s \operatorname{sinc}(fT_s)e^{-j\pi fT_s}$. Tras normalizar la ganancia en DC,

$$H_{\mathrm{ZOH}}(f) = \operatorname{sinc}(f/f_s)e^{-j\pi f/f_s}, \qquad \operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}, \quad \operatorname{sinc}(0) = 1. \tag{3.1}$$

Se distingue la respuesta compleja de su magnitud: $|H_{\mathrm{ZOH}}(f)| = |\operatorname{sinc}(f/f_s)|$. El factor de fase corresponde a un retardo de $T_s/2$. La definición normalizada evita confundir la sinc de NumPy o

MATLAB con la convención $\sin(x)/x$.

En $f_s/2$, la pérdida es $20\log_{10}(2/\pi) = -3.9224\,\text{dB}$. Es una ganancia relativa, no un nivel absoluto en dBFS. El significado de dBFS requiere definir una amplitud o potencia de escala completa. Las imágenes alrededor de múltiplos de f_s permanecen y requieren filtrado analógico; compensar la caída de sinc no las elimina [5]. Figura 3.2(a) muestra la salida de un DAC para tres tonos de igual amplitud digital: los tonos de la banda útil siguen la caída de la sinc y sus imágenes en $kf_s \pm f$ quedan ponderadas por la misma envolvente. El primer lóbulo lateral alcanza $-13.26\,\text{dB}$ en $f \simeq 1.43 f_s$.

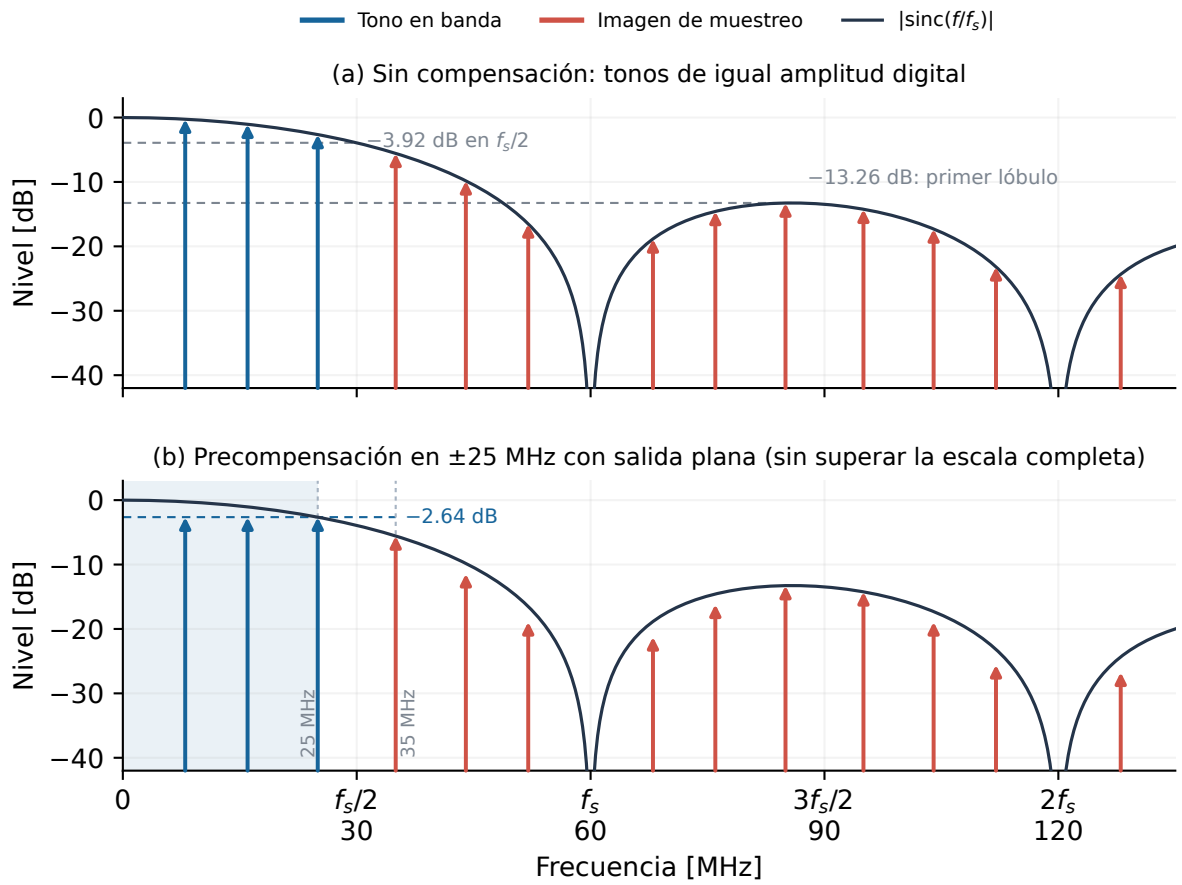


Figura 3.2: Salida de un DAC con retención de orden cero a $f_s = 60\,\text{MHz}$ (vista unilateral de una señal real) para tonos de 8, 16 y 25 MHz: (a) sin compensación; (b) con precompensación de amplitud limitada a la banda útil y normalizada al nivel del borde.

3.3. Compensación dentro de la banda útil

Para compensar sólo la magnitud, una preecualización ideal en la banda $\mathcal{B}$ es

$$B_{\text{pre}}(f) = \frac{B(f)}{|\operatorname{sinc}(f/f_s)|}, \qquad f \in \mathcal{B}. \tag{3.2}$$

Fuera de esa banda se limita la ganancia o se aplica una transición de filtrado. La inversa no debe extenderse a los ceros de la sinc. Una inversa compleja incluiría $e^{j\pi f/f_s}$, que representa un adelanto; una realización causal debe añadir latencia suficiente y aceptar una aproximación de banda limitada.

Para $f_s = 60\,\mathrm{MHz}$ y banda útil de $50\,\mathrm{MHz}$ centrada en cero,

$$|H_{\mathrm{ZOH}}(25\,\mathrm{MHz})| \simeq 0.7379, \quad L \simeq -2.6399\,\mathrm{dB}, \quad G_{\mathrm{pre}} \simeq 1.3552. \tag{3.3}$$

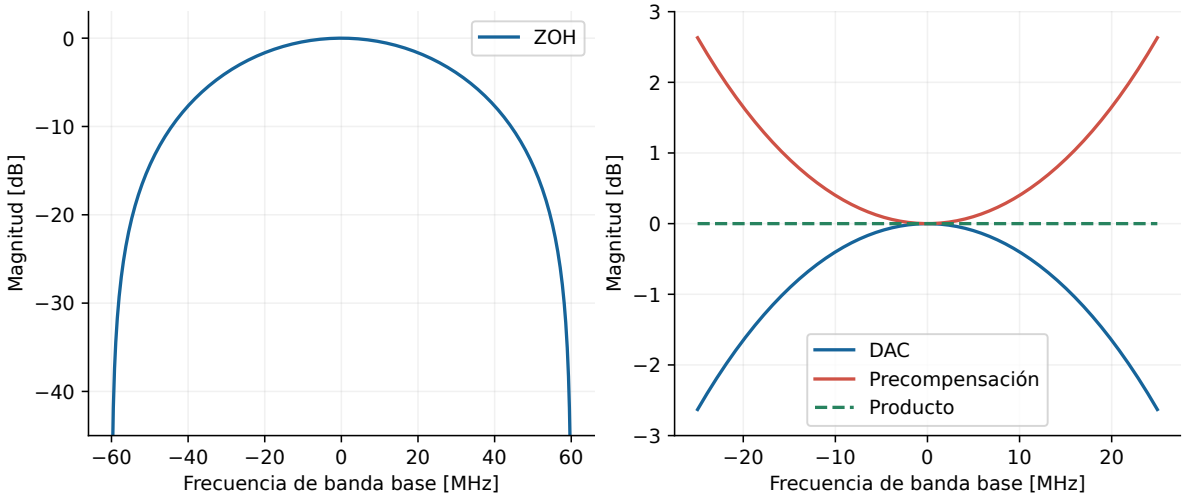


Figura 3.3: Magnitud de la retención de orden cero y precompensación limitada a $\pm 25\,\mathrm{MHz}$ para $f_s = 60\,\mathrm{MHz}$.

La ganancia extra consume margen de los DACs. Para un tono de borde de banda, conservar el mismo pico máximo exige reducir su amplitud digital al menos por el factor 1/1.3552. Para señales multitonales o chirps, la restricción depende del pico temporal de la señal preecualizada y no puede inferirse sólo de la ganancia máxima del filtro. Es necesario comprobar saturación, factor de cresta y cuantización después de aplicar todas las correcciones.

Figura 3.2(b) aplica esa normalización mediante tablas: los tonos de la banda útil salen con el nivel del borde, $-2.64\,\mathrm{dB}$, sin superar la escala completa. Las imágenes se escalan junto con cada tono; su rechazo depende del filtro de reconstrucción, cuya transición debe ubicarse entre 25 y 35 MHz en este ejemplo.

Un filtro común en I y Q corrige una respuesta común. Si las ramas tienen respuestas distintas, la preecualización debe incluir esa diferencia: una corrección sinc idéntica no elimina el desbalance diferencial.

Capítulo 4

Offsets de continua y fuga de portadora

4.1. Modelo de offset

Con offsets referidos a las entradas de banda base,

$$b_O(t) = b(t) + O_I + jO_Q = b(t) + Oe^{j\theta_O}, \tag{4.1}$$

$$O = \sqrt{O_I^2 + O_Q^2}, \qquad \theta_O = \operatorname{atan2}(O_Q, O_I). \tag{4.2}$$

La salida real es

$$s_O(t) = s(t) + O_I \cos\omega_0 t - O_Q \sin\omega_0 t = s(t) + O\cos(\omega_0 t + \theta_O). \tag{4.3}$$

El offset genera una componente exactamente en f_0. En el marco giratorio del LO desplaza el centro de la trayectoria de la envolvente. No modifica por sí solo la relación entre señal e imagen del tono. Figura 4.1 lo representa con un offset exagerado: el vector estático O desplaza el centro del círculo y el fasor de la señal gira alrededor del nuevo centro. En el espectro (figura 4.2), el offset agrega una línea en DC de banda base que se traslada a $\pm f_0$ con amplitud $O/2$, tanto para una envolvente genérica como para un tono.

Para una señal deseada de amplitud A_m, el nivel de fuga es

$$L_{\mathrm{LO}} = 20\log_{10}(O/A_m) \quad [\mathrm{dBc}]. \tag{4.4}$$

Si $O = 0.05A_m$, se obtiene $-26.02\,\mathrm{dBc}$. El ejemplo de figura 4.3 usa $O_I = 0.04A_m$ y $O_Q = 0.03A_m$, cuyo módulo es precisamente $0.05A_m$.

La fuga física puede incluir un acoplamiento directo desde el LO a la salida RF, además de la conversión de offsets. Ambas contribuciones pueden sumarse vectorialmente. Una corrección de DC puede cancelar la suma observable si dispone del rango y de dos direcciones independientes de ajuste [4].

4.2. Compensación digital y analógica

La compensación digital añade constantes a I y Q. Es flexible y permite almacenar ajustes por modo, pero reduce el margen disponible antes de alcanzar la escala completa. La corrección analógica incorpora un ajuste de continua después de los DACs de señal; conserva su rango digital, aunque el rango y la linealidad de la cadena analógica siguen limitando el resultado. Se pueden combinar ambos métodos; figura 4.4 ubica los dos puntos de inyección.

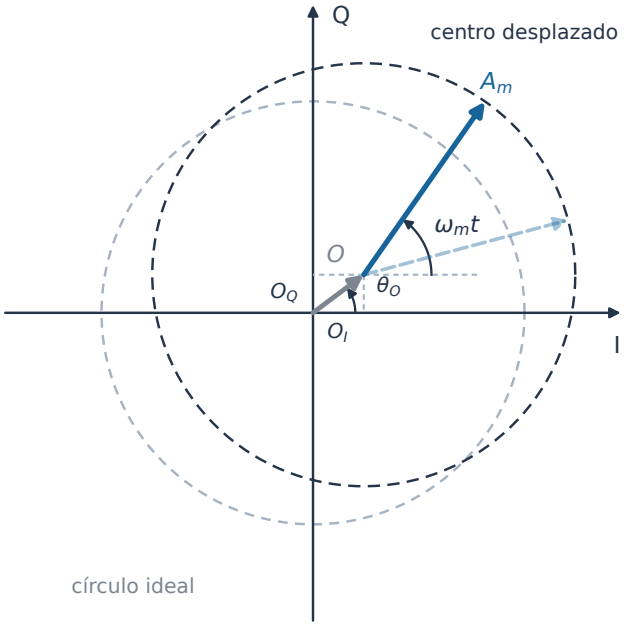


Figura 4.1: Representación fasorial de un offset $O = 0.3A_m$ con $\theta_O = 36.9°$, exagerado para facilitar la lectura. El vector O es estático en el marco del LO y desplaza el centro de la trayectoria.

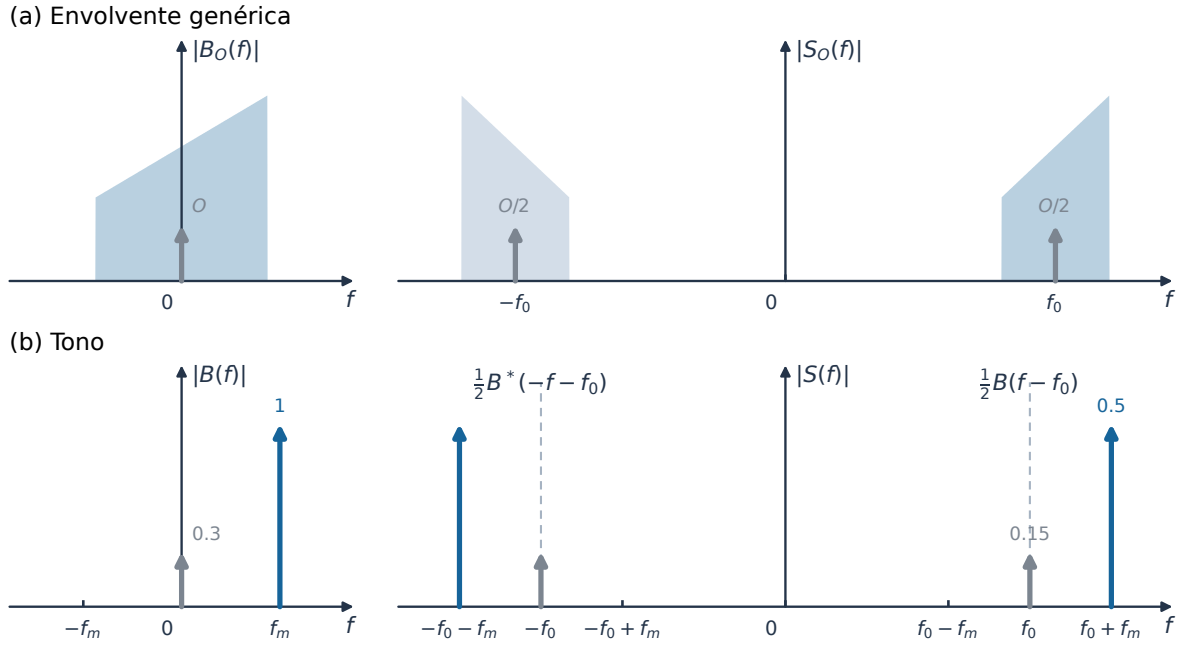


Figura 4.2: Espectros con offset de continua $O = 0.3A_m$: (a) envolvente genérica; (b) tono. La fuga aparece exactamente en f_0 y en su réplica $-f_0$.

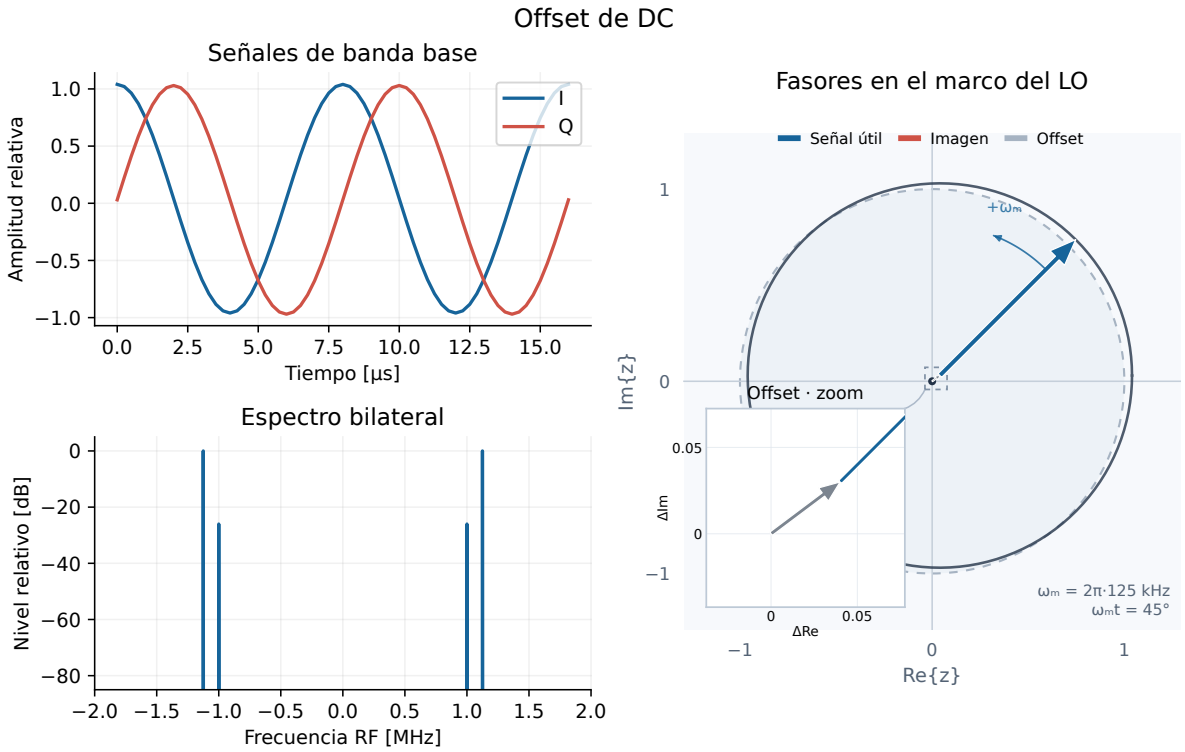


Figura 4.3: Offsets $O_I = 0.04$ y $O_Q = 0.03$ para $A_m = 1$. La componente RF en f_0 queda a $-26.02\,\mathrm{dBc}$.

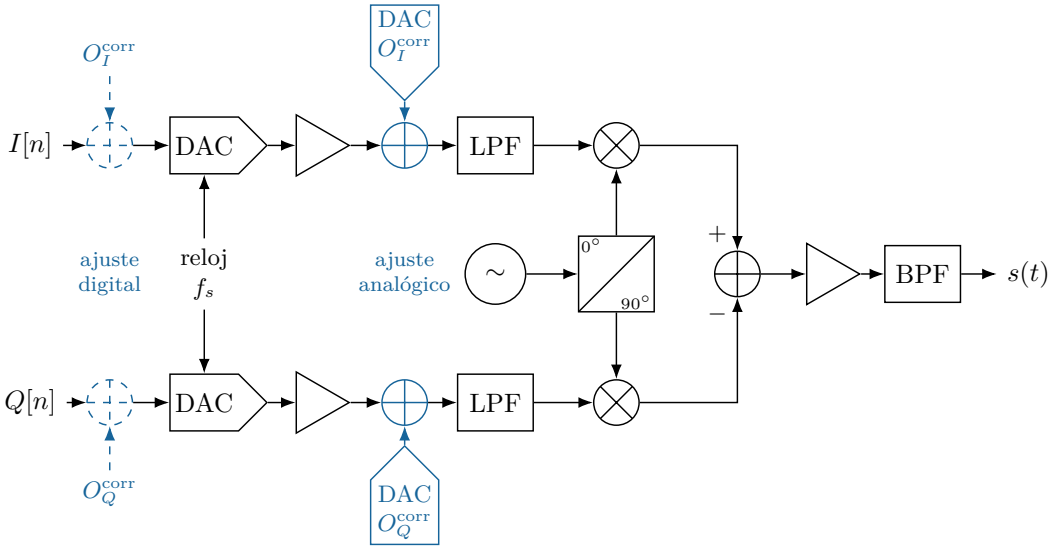


Figura 4.4: Corrección de offsets: ajuste digital sumado a las secuencias antes de los DACs (trazo discontinuo) o ajuste analógico mediante DACs auxiliares después de los DACs de señal.

En el modelo ideal bastan $O_I^{\text{corr}} = -O_I$ y $O_Q^{\text{corr}} = -O_Q$. En una implementación, la relación entre el código de corrección y el vector de fuga depende de las ganancias y fases de las ramas. Si éstas cambian con el LO, temperatura o nivel, también cambia el ajuste óptimo.

4.3. Búsqueda del mínimo

Con un tono alejado del LO para resolver espectralmente la fuga:

1. Medir la potencia de fuga en f_0 con rango y resolución estables.
2. Barrer el ajuste de I, localizar su mínimo y refinar el paso.
3. Repetir para Q manteniendo el ajuste anterior de I.
4. Alternar ambos ajustes hasta que el mínimo deje de mejorar.
5. Confirmar que la señal útil no se recorta y registrar los códigos, la temperatura, el LO y la incertidumbre de la medición.

En el modelo lineal, la potencia de fuga es una función cuadrática de los dos ajustes. Si las direcciones no son ortogonales, una única pasada por cada canal no garantiza el mínimo global. Cerca del piso de ruido, la medida deja de distinguir cambios pequeños; no debe reportarse una fuga nula a partir de una lectura limitada por el instrumento.

Capítulo 5

Desbalance de ganancias

5.1. Modelo general con componente conjugada

Con ganancias reales constantes,

$$b_G(t) = G_I I(t) + jG_Q Q(t) = \alpha_G b(t) + \beta_G b^*(t), \tag{5.1}$$

donde

$$\alpha_G = \frac{G_I + G_Q}{2}, \qquad \beta_G = \frac{G_I - G_Q}{2}. \tag{5.2}$$

Esta expresión vale para cualquier envolvente, no sólo para un tono. El término conjugado genera una versión reflejada de su espectro. Para ganancias dependientes de frecuencia se reemplazan las constantes por respuestas LTI, como se desarrolla en capítulo 9.

5.2. Tono y trayectoria elíptica

Para $b(t) = A_m e^{j\omega_m t}$,

$$s_G(t) = A_m \frac{G_I + G_Q}{2} \cos[(\omega_0 + \omega_m)t] + A_m \frac{G_I - G_Q}{2} \cos[(\omega_0 - \omega_m)t]. \tag{5.3}$$

La amplitud deseada es $A_{mG} = A_m(G_I + G_Q)/2$ y el coeficiente de imagen es $A_{BL} = A_m(G_I - G_Q)/2$. Si éste es negativo, se interpreta como un cambio de fase de π; su amplitud física es $|A_{BL}|$.

La trayectoria $G_I A_m \cos\omega_m t + jG_Q A_m \sin\omega_m t$ es una elipse con ejes alineados con I y Q. Se puede descomponer en dos vectores que giran a $+f_m$ y $-f_m$ en el marco del LO. Figura 5.1 muestra ambas lecturas para $G_I = 1.2$ y $G_Q = 0.7$: en (a), los semiejes de la elipse son $G_I A_m$ y $G_Q A_m$; en (b), la misma trayectoria es la suma de $De^{j\omega_m t}$, de módulo $|D| = 0.95A_m$, y $Ee^{-j\omega_m t}$, de módulo $0.25A_m$. La cancelación de imagen requiere ganancias iguales, pero la amplitud nominal requiere además que su promedio sea uno.

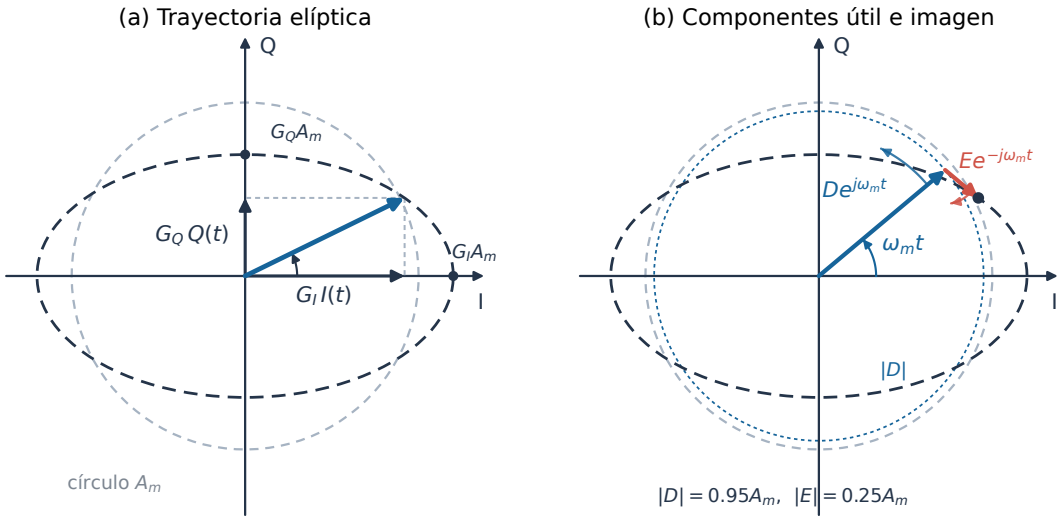


Figura 5.1: Desbalance de ganancias con $G_I = 1.2$ y $G_Q = 0.7$: (a) trayectoria elíptica y proyecciones $G_I I(t)$ y $G_Q Q(t)$; (b) descomposición en una componente útil y una imagen que giran en sentidos opuestos.

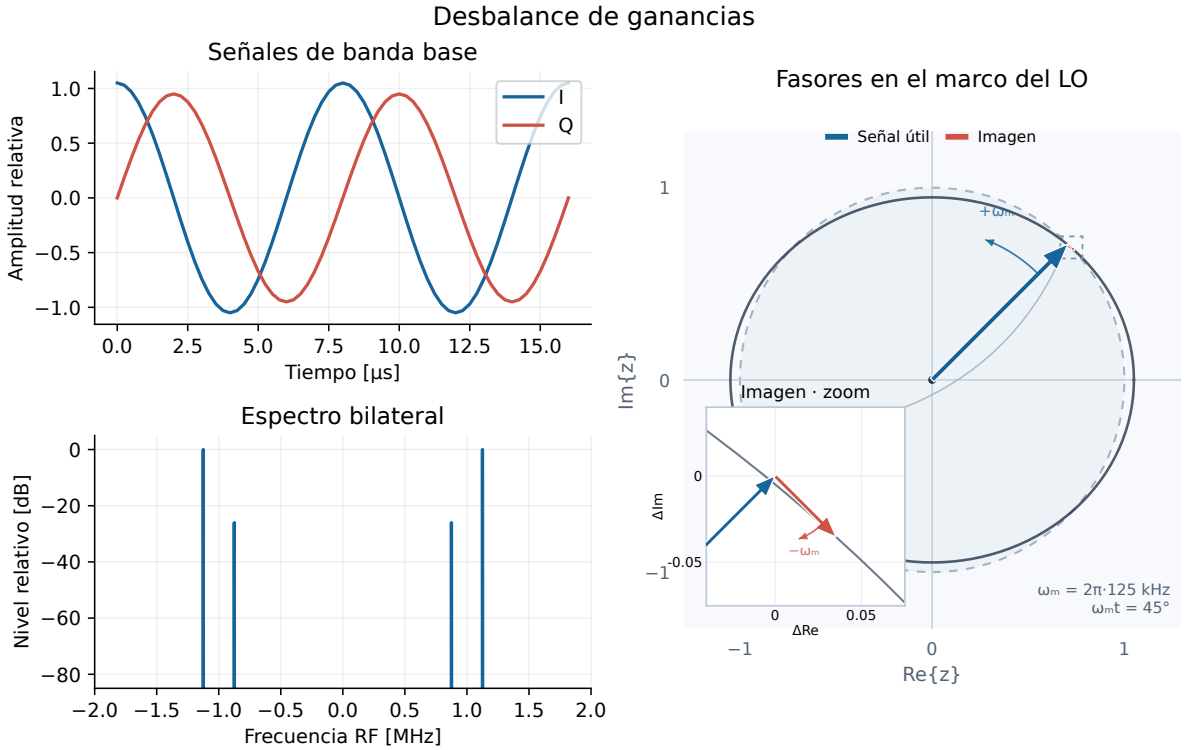


Figura 5.2: Caso $G_I = 1.05$, $G_Q = 0.95$: amplitud deseada unitaria e imagen de amplitud 0.05, equivalente a $-26.02\,\mathrm{dBc}$.

5.3. Métricas y ejemplos

$$\frac{P_{\text{img}}}{P_{\text{des}}} = \left|\frac{G_I - G_Q}{G_I + G_Q}\right|^2, \tag{5.4}$$

$$L_{\text{img}} = 20\log_{10}\left|\frac{G_I - G_Q}{G_I + G_Q}\right|, \tag{5.5}$$

$$G_{\text{des,dB}} = 20\log_{10}\left|\frac{G_I + G_Q}{2}\right|. \tag{5.6}$$

Las dos métricas representan restricciones diferentes: minimizar la imagen y conservar la amplitud útil. La descomposición de un cambio de amplitud en dos términos sobre la misma frecuencia no crea una tercera línea espectral independiente. Figura 5.3 lo muestra para la segunda fila de tabla 5.1: la línea útil queda por debajo del nivel nominal (trazo discontinuo) y aparece una única línea imagen en $f_0 - f_m$.

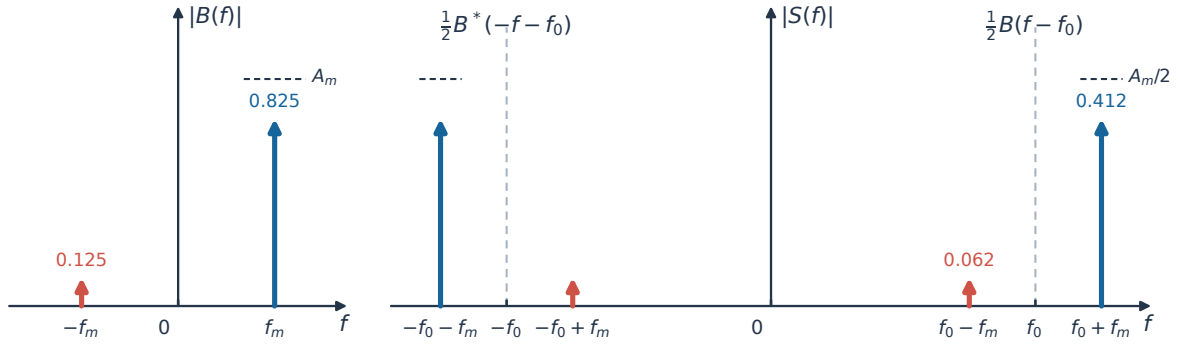


Figura 5.3: Espectro de líneas con $G_I = 0.95$ y $G_Q = 0.70$: $|D| = 0.825A_m$ e imagen $|E| = 0.125A_m$, es decir, -16.39 dBc. El trazo discontinuo indica el nivel nominal.

Tabla 5.1: Ejemplos de desbalance de ganancia.

G_I	G_Q	$\lvert D\rvert/A_m$	Imagen [dBc]	Ganancia útil [dB]
1.05	0.95	1.000	−26.02	0.00
0.95	0.70	0.825	−16.39	−1.67
1.20	0.70	0.950	−11.60	−0.45

5.4. Compensación y límite de resolución

Si ambas ganancias son conocidas y no nulas, se pueden aplicar factores $g_I = G_{\text{obj}}/G_I$ y $g_Q = G_{\text{obj}}/G_Q$. El valor común objetivo se elige para evitar saturación; amplificar la rama débil puede consumir margen o elevar su ruido. Atenuar la rama fuerte suele ser más sencillo, pero disminuye el nivel global.

Si $G_I = 1 + \epsilon$ y $G_Q = 1 - \epsilon$, entonces $|E/D| = |\epsilon|$. Un rechazo de 40 dB requiere $|\epsilon| \leq 0.01$ cuando éste es el único error. Si además hay error de fase, ajustar la ganancia hasta igualdad no garantiza ese rechazo. La calibración conjunta debe evaluarse con la salida RF completa.

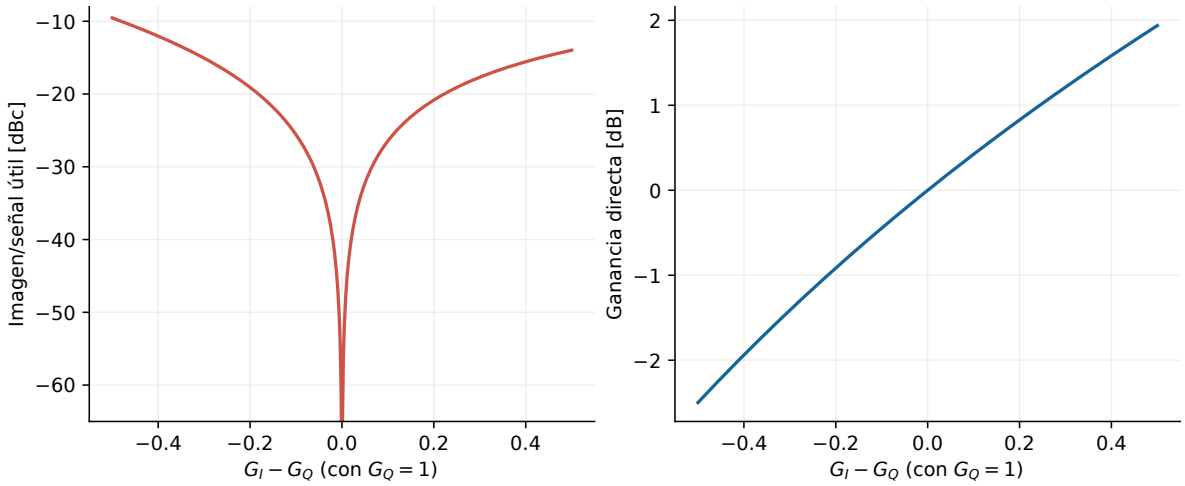


Figura 5.4: Nivel de imagen y ganancia útil al variar $G_I - G_Q$ con $G_Q = 1$. La referencia de imagen es la señal útil real.

Capítulo 6

Error de cuadratura del oscilador local

6.1. Modelo de los mezcladores

Si las componentes de LO presentan errores de fase ϕ_I y ϕ_Q,

$$s_\phi(t) = I(t)\cos(\omega_0 t + \phi_I) - Q(t)\sin(\omega_0 t + \phi_Q). \tag{6.1}$$

Los errores son desviaciones respecto de las fases nominales; no son las fases absolutas de dos portadoras iguales. Se definen

$$\Delta\phi = \phi_I - \phi_Q, \qquad \bar{\phi} = (\phi_I + \phi_Q)/2. \tag{6.2}$$

La separación física entre las portadoras es $90° + \phi_Q - \phi_I$. La cuadratura ideal corresponde a $\Delta\phi = 0$, y no a una diferencia de 90° entre los errores. Figura 6.1 ubica estos errores en las salidas del divisor de fase del LO.

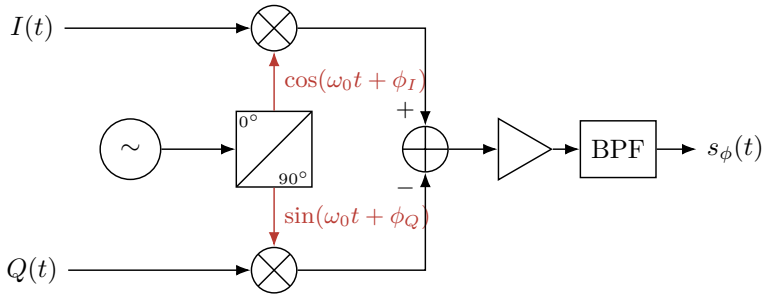


Figura 6.1: Error de cuadratura en el oscilador local: las salidas del divisor presentan desviaciones ϕ_I y ϕ_Q respecto de sus fases nominales.

Una envolvente equivalente referida a un LO ideal es

$$z_\phi(t) = e^{j\phi_I} I(t) + j e^{j\phi_Q} Q(t) = \alpha_\phi b(t) + \beta_\phi b^*(t), \tag{6.3}$$

$$\alpha_\phi = e^{j\bar{\phi}}\cos(\Delta\phi/2), \qquad \beta_\phi = j e^{j\bar{\phi}}\sin(\Delta\phi/2). \tag{6.4}$$

Tomar $\mathrm{Re}\{z_\phi e^{j\omega_0 t}\}$ recupera exactamente ecuación (6.1). Esta formulación mantiene separadas la salida real y la representación compleja, y evita interpretar una exponencial como si fuera directamente la tensión RF medible.

6.2. Tono, imagen y fase común

Para $b(t) = A_m e^{j\omega_m t}$,

$$\begin{aligned} s_\phi(t) &= A_m \cos(\Delta\phi/2)\cos[(\omega_0+\omega_m)t+\bar{\phi}] \\ &\quad + A_m \sin(\Delta\phi/2)\cos[(\omega_0-\omega_m)t+\bar{\phi}+\pi/2]. \end{aligned} \tag{6.5}$$

El signo del seno puede absorberse en una fase adicional de π para expresar amplitudes positivas. La fase común $\bar{\phi}$ rota la envolvente, mientras la diferencia de fase produce la imagen y deforma su trayectoria. En figura 6.2(a), los ejes efectivos $e^{j\phi_I}$ y $je^{j\phi_Q}$ dejan de ser ortogonales y la trayectoria se convierte en una elipse inclinada. En (b), la misma trayectoria se descompone en la componente útil, rotada por $\bar{\phi}$, y la imagen. Figura 6.3 indica los módulos y las fases de ambas líneas.

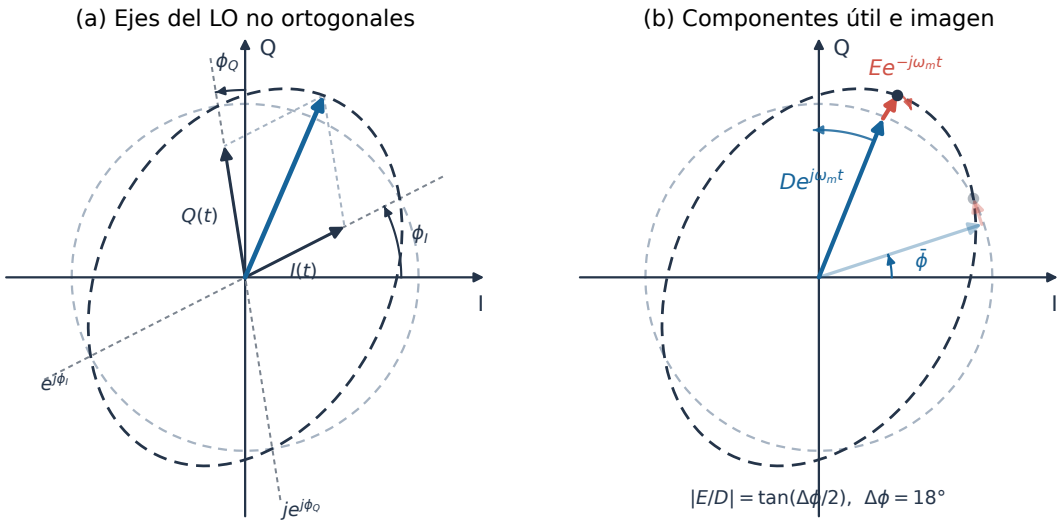


Figura 6.2: Error de cuadratura con $\phi_I = 27°$ y $\phi_Q = 9°$: (a) ejes efectivos no ortogonales; (b) componentes útil e imagen. El eje mayor de la elipse no coincide con los ejes I y Q.

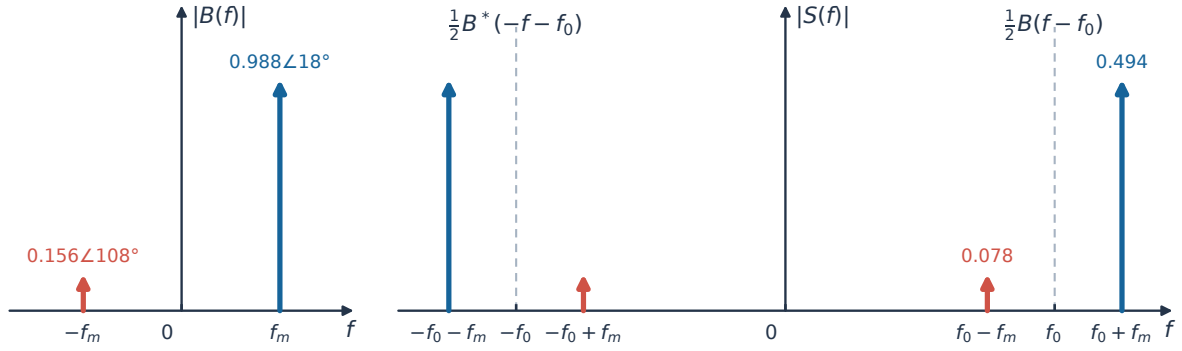


Figura 6.3: Espectro de líneas para el caso de figura 6.2: la línea útil tiene fase $\bar{\phi} = 18°$ y la imagen $\bar{\phi} + 90° = 108°$, con módulos $\cos(\Delta\phi/2)$ y $\sin(\Delta\phi/2)$.

$$L_{\text{img}} = 20\log_{10}|\tan(\Delta\phi/2)|, \qquad \text{IRR} = -20\log_{10}|\tan(\Delta\phi/2)|. \tag{6.6}$$

Para $|\Delta\phi| \ll 1$, el cociente de amplitudes se aproxima por $|\Delta\phi|/2$. Un error de $1°$ genera aproximadamente $-41.18\,\text{dBc}$ cuando no existen otras no idealidades. Si $\phi_I = \phi_Q$, desaparece la imagen pero permanece la rotación de fase común.

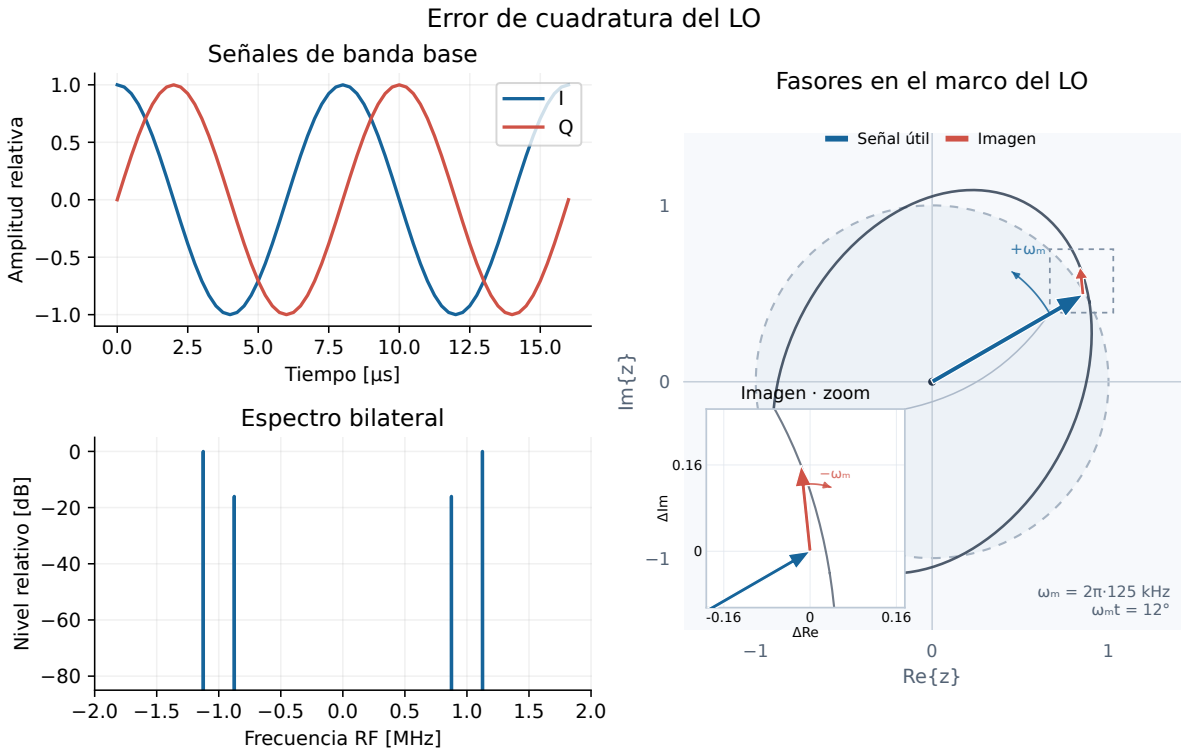


Figura 6.4: Errores $\phi_I = 27°$ y $\phi_Q = 9°$: $\Delta\phi = 18°$, rotación común de 18° e imagen a aproximadamente -16.01 dBc.

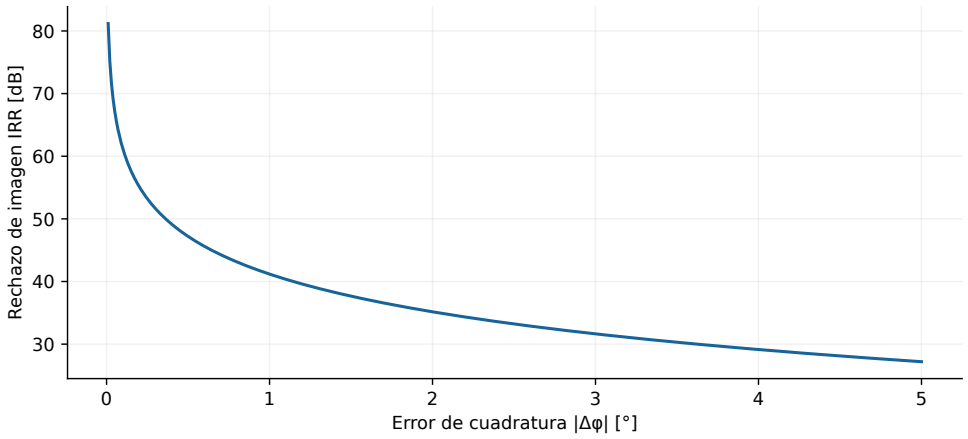


Figura 6.5: Rechazo de imagen para errores de cuadratura entre 0.01° y 5°. En cero el modelo ideal tiene rechazo infinito; un sistema físico queda limitado por otros errores.

6.3. Ganancia y fase simultáneas

Si además hay ganancias G_I, G_Q, los coeficientes son

$$\alpha = \frac{G_I e^{j\phi_I} + G_Q e^{j\phi_Q}}{2}, \qquad \beta = \frac{G_I e^{j\phi_I} - G_Q e^{j\phi_Q}}{2}. \tag{6.7}$$

La relación de potencias queda

$$\frac{P_{\text{img}}}{P_{\text{des}}} = \frac{G_I^2 + G_Q^2 - 2G_I G_Q \cos\Delta\phi}{G_I^2 + G_Q^2 + 2G_I G_Q \cos\Delta\phi}. \tag{6.8}$$

La fase y la ganancia aportan conjuntamente al rechazo. Una mejora de fase puede ser casi invisible si domina el error de ganancia, y viceversa. No se deben sumar niveles de error en dB como si fueran potencias independientes: las contribuciones a la imagen son complejas y coherentes.

La corrección puede realizarse mediante ajustes del LO o mezclando digitalmente las señales I y Q antes de los DACs. Una simple rotación compleja común no corrige la pérdida de ortogonalidad: requiere una transformación que incluya el término conjugado o su matriz real equivalente, como en capítulo 9.

Capítulo 7

Acoplamiento entre ramas de banda base

7.1. Modelo LTI y necesidad de un circuito equivalente

El acoplamiento puede provenir de capacitancias parásitas, inductancia mutua, impedancias de alimentación compartidas o recorridos de retorno. Su dependencia en frecuencia no se determina sólo nombrando el mecanismo: intervienen la excitación, las cargas y las impedancias de fuente. La descripción general para dos canales es

$$\begin{bmatrix} I_{\text{sal}}(f) \\ Q_{\text{sal}}(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{II}(f) & H_{IQ}(f) \\ H_{QI}(f) & H_{QQ}(f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f(f) \\ Q_f(f) \end{bmatrix}. \tag{7.1}$$

Las transferencias se obtienen de un circuito o de una medición. Para canales físicos reales, $H_{xy}(-f) = H_{xy}^*(f)$. Su implementación en el dominio FFT debe conservar esa simetría. Figura 7.1 representa la matriz como una red de dos entradas y dos salidas ubicada antes de los mezcladores.

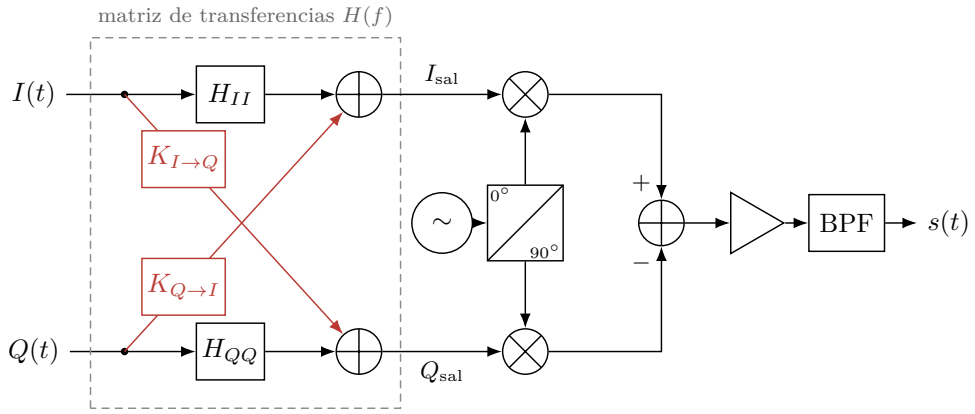


Figura 7.1: Acoplamiento entre ramas de banda base representado por la matriz $H(f)$ de ecuación (7.1). Los cruces son $K_{I\to Q} = H_{QI}$ y $K_{Q\to I} = H_{IQ}$.

Un capacitor cumple $i_C = C\, dv_C/dt$. Una inductancia mutua genera $v_{\text{ind}} = \pm M\, di/dt$, con signo según la orientación de los devanados o la convención de terminales [6]. Por lo tanto, un término integrador aplicado a una tensión de banda base no constituye por sí mismo un modelo universal de acoplamiento inductivo. En DC no se induce una tensión por una corriente constante, pero eso no implica que la inductancia mutua M sea cero.

Si se usa una aproximación empírica $K(\omega) = k_0 + k_1 j\omega + k_{-1}/(j\omega)$ en una banda que excluya cero, sus coeficientes y validez deben ajustarse a esa banda. No se extiende a DC ni se atribuye

cada término a un mecanismo físico sin derivar el circuito. Las conversiones de fase correctas para $\omega > 0$ son

$$j\omega e^{-j\omega\tau} = \omega e^{-j(\omega\tau-\pi/2)}, \tag{7.2}$$

$$\frac{e^{-j\omega\tau}}{j\omega} = \frac{1}{\omega} e^{-j(\omega\tau+\pi/2)}. \tag{7.3}$$

7.2. Acoplamiento cruzado asimétrico

Si las respuestas directas son unitarias y los cruces son $K_{Q\to I}$ y $K_{I\to Q}$, se obtiene

$$\begin{aligned} B_{\text{sal}}(f) = &\left[1 + \frac{j}{2}(K_{I\to Q} - K_{Q\to I})\right] B(f) \\ &+ \frac{j}{2}(K_{I\to Q} + K_{Q\to I}) B^*(-f). \end{aligned} \tag{7.4}$$

Las respuestas se evalúan en la frecuencia f de salida. El promedio del cruce genera imagen, mientras su diferencia modifica la componente directa. La reducción a una imagen pura exige explícitamente $K_{I\to Q} = K_{Q\to I} = K$:

$$B_{\text{sal}}(f) = B(f) + jK(f)B^*(-f). \tag{7.5}$$

La igualdad no se deduce únicamente de que los dos canales se encuentren próximos o de que exista un elemento recíproco: las impedancias y ganancias de la cadena pueden hacer distintas las transferencias totales.

Para un tono, el cruce simétrico produce $D = A_m$ y $E = jK(-\omega_m)A_m = jK^*(\omega_m)A_m$. Figura 7.2 compara los tres términos de la aproximación empírica con igual módulo. Un término constante inclina la elipse a 45°; uno proporcional a $j\omega$ genera una imagen en fase con la señal y alarga la trayectoria sobre el eje I; uno proporcional a $1/(j\omega)$ genera una imagen en contrafase y la alarga sobre el eje Q. Si coexisten, su peso relativo cambia con la frecuencia y el eje mayor rota. Esa dependencia distingue el cruce de un error de cuadratura del LO, cuya inclinación no depende de f_m. La lectura vale para la aproximación ajustada en una banda; no identifica por sí sola el mecanismo físico.

Intercambiar I y Q sin filtrado produce $Q + jI = jb^*$. Para un tono, la conjugación invierte el giro y el factor j introduce +90° en el plano complejo (figura 7.4). El giro negativo se refiere a la banda base; la imagen RF sigue ubicada en $f_0 - f_m$.

7.3. Circuito capacitivo simétrico

Se consideran dos fuentes V_{SI}, V_{SQ}, cada una con resistencia serie R_S y una carga R_L a tierra. Una capacidad C_M conecta los nodos V_I, V_Q. Las resistencias son reales e iguales entre ramas, y el modelo concentrado se aplica mientras las líneas no requieran una descripción distribuida.

Con $Y_S = 1/R_S$, $Y_L = 1/R_L$ y $Y_C = j\omega C_M$, las ecuaciones nodales son

$$\begin{bmatrix} Y_S + Y_L + Y_C & -Y_C \\ -Y_C & Y_S + Y_L + Y_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_I \\ V_Q \end{bmatrix} = Y_S \begin{bmatrix} V_{SI} \\ V_{SQ} \end{bmatrix}. \tag{7.6}$$

Definiendo

$$R = R_S \parallel R_L, \quad \tau_C = RC_M, \quad x = \omega\tau_C, \quad a = \frac{R_L}{R_S + R_L}, \tag{7.7}$$

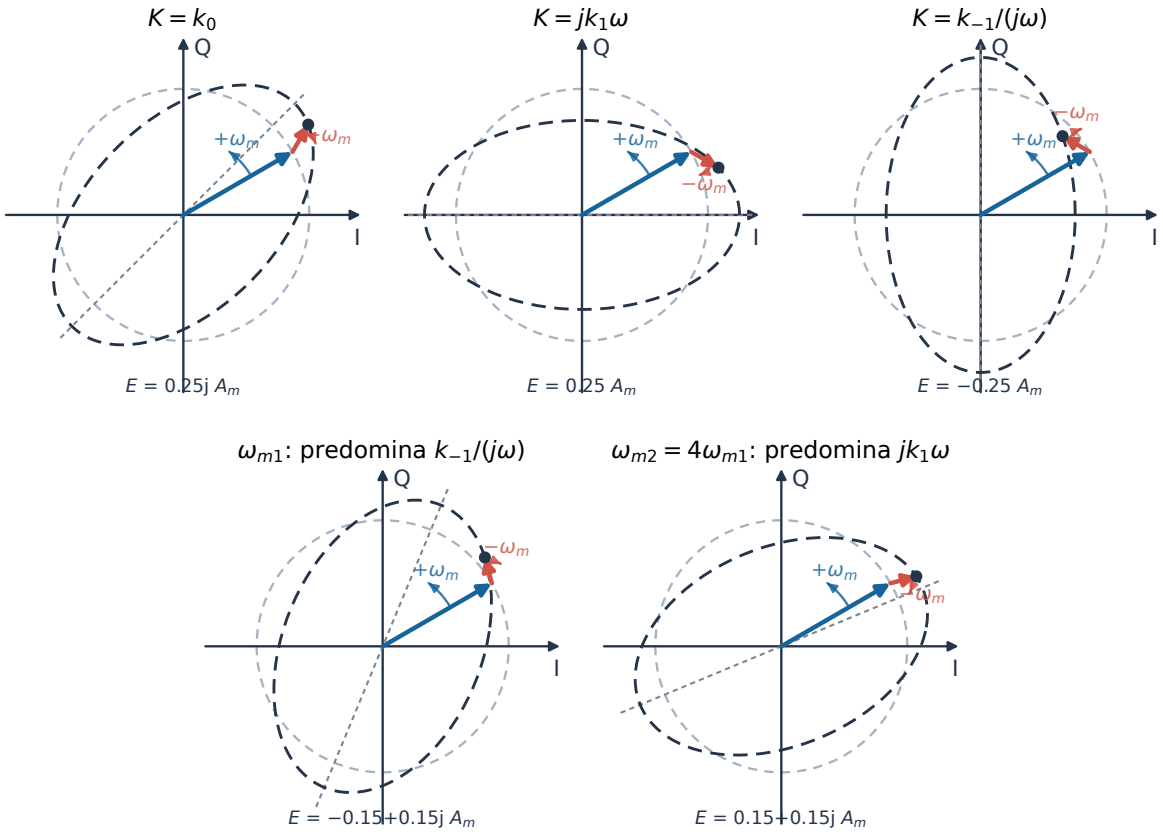


Figura 7.2: Trayectorias para un cruce simétrico $B_{\text{sal}} = B + jKB^*(-f)$ con $|K| = 0.25$. Fila superior: términos constante, derivativo e integrador. Fila inferior: $K = 0.15 + 0.1j\omega + 0.1/(j\omega)$ en dos frecuencias normalizadas, $\omega_{m1} = 0.5$ y $\omega_{m2} = 2$. La recta punteada indica el eje mayor.

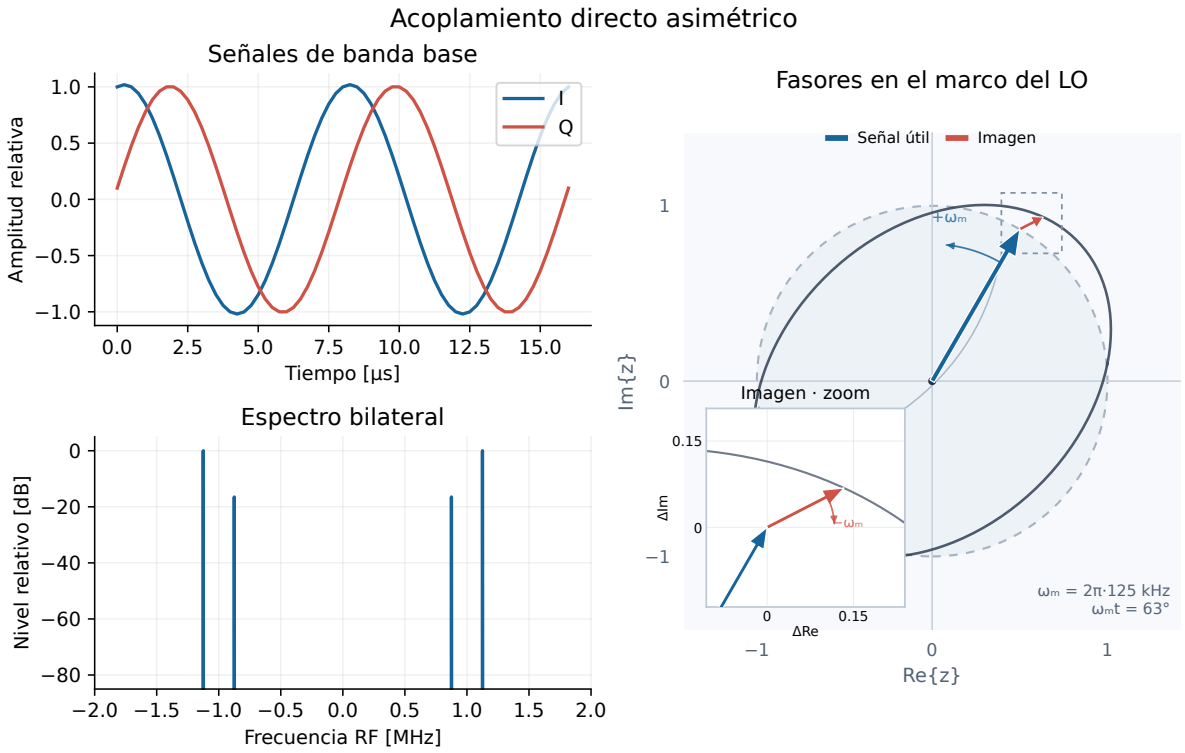


Figura 7.3: Cruces directos distintos: $K_{I\to Q} = 0.1$ y $K_{Q\to I} = 0.2$. El coeficiente directo es $1 - 0.05j$ y el de imagen es $0.15j$.

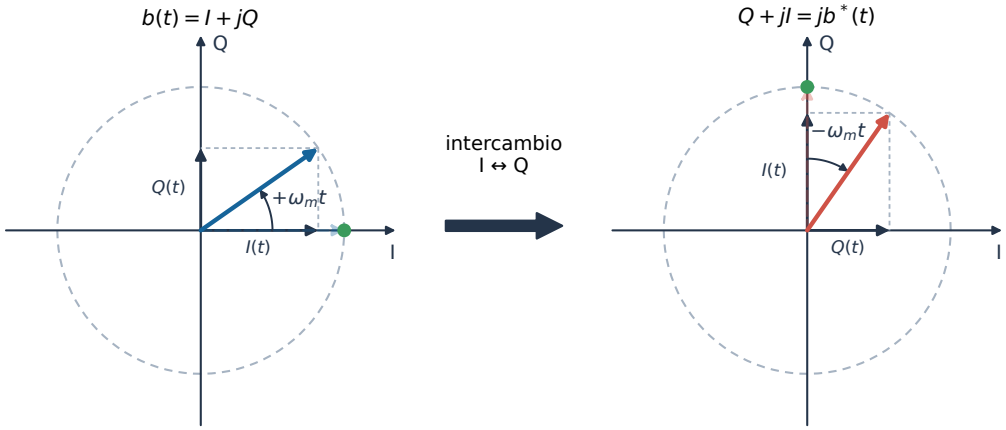


Figura 7.4: Intercambio de las señales I y Q: el tono $b(t) = A_m e^{j\omega_m t}$ se convierte en $jb^*(t)$, que parte de 90° (punto verde) y gira en sentido negativo.

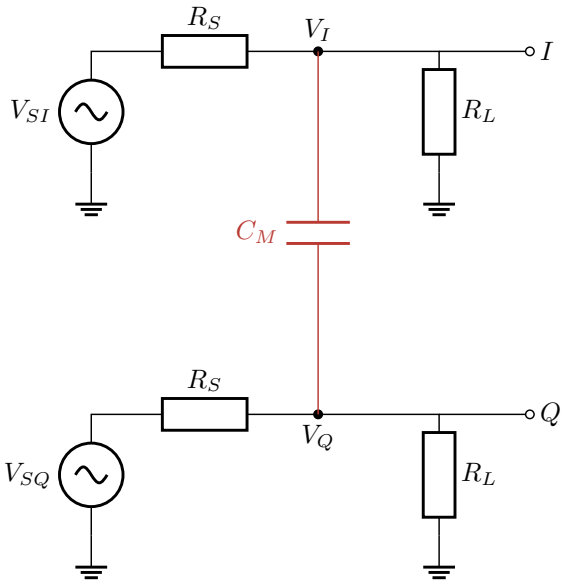


Figura 7.5: Circuito concentrado de acoplamiento capacitivo entre ramas simétricas. Al desactivar una fuente ideal de tensión, su resistencia serie permanece conectada a tierra.

la solución es

$$\begin{bmatrix} V_I \\ V_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_D & H_C \\ H_C & H_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{SI} \\ V_{SQ} \end{bmatrix}, \qquad H_D = a\frac{1+jx}{1+2jx}, \quad H_C = a\frac{jx}{1+2jx}. \tag{7.8}$$

Esta forma es finita en DC y conserva la conjugación en frecuencia. También muestra que el capacitor modifica la transferencia directa.

Por superposición, cada fuente puede analizarse con la otra apagada (figura 7.6). La fuente activa alimenta su nodo a través de R_S; ese nodo se carga con R_L y, a través de C_M, con la rama opuesta, que queda terminada en $R_L \parallel R_S$. H_D es la tensión del nodo propio y H_C la del nodo de la rama apagada.

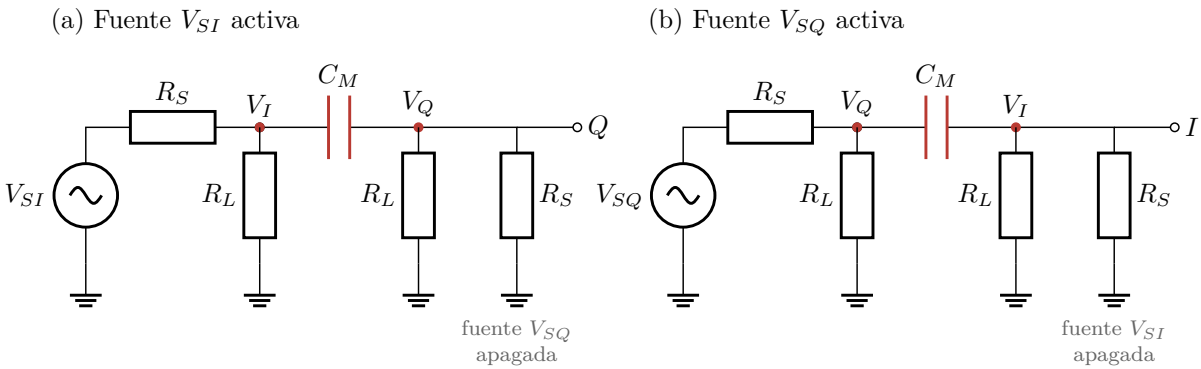


Figura 7.6: Superposición en el circuito de figura 7.5: (a) la rama I se acopla en la rama Q; (b) la rama Q se acopla en la rama I. La fuente apagada deja su resistencia serie conectada a tierra.

7.4. Magnitud, fase y señal modulada

Para $R_S = R_L$, $a = 1/2$. Para $x > 0$,

$$g_D = |H_D| = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1+x^2}{1+4x^2}}, \qquad \theta_D = \arctan x - \arctan(2x), \tag{7.9}$$

$$g_C = |H_C| = \frac{x}{2\sqrt{1+4x^2}}, \qquad \theta_C = \frac{\pi}{2} - \arctan(2x). \tag{7.10}$$

Para conservar A_m como amplitud nominal sin acoplamiento, las fuentes deben tener amplitud $2A_m$ en este caso. Para un tono positivo,

$$z(t) = De^{j\omega_m t} + Ee^{-j\omega_m t}, \tag{7.11}$$

$$D = 2A_m H_D(\omega_m), \qquad E = 2jA_m H_C^*(\omega_m). \tag{7.12}$$

La fase de imagen es $\pi/2 - \theta_C$, no θ_C. En el límite de acoplamiento débil, $\theta_C \to \pi/2$, mientras la fase de imagen tiende a cero. En DC el módulo cruzado es cero y su fase no está definida.

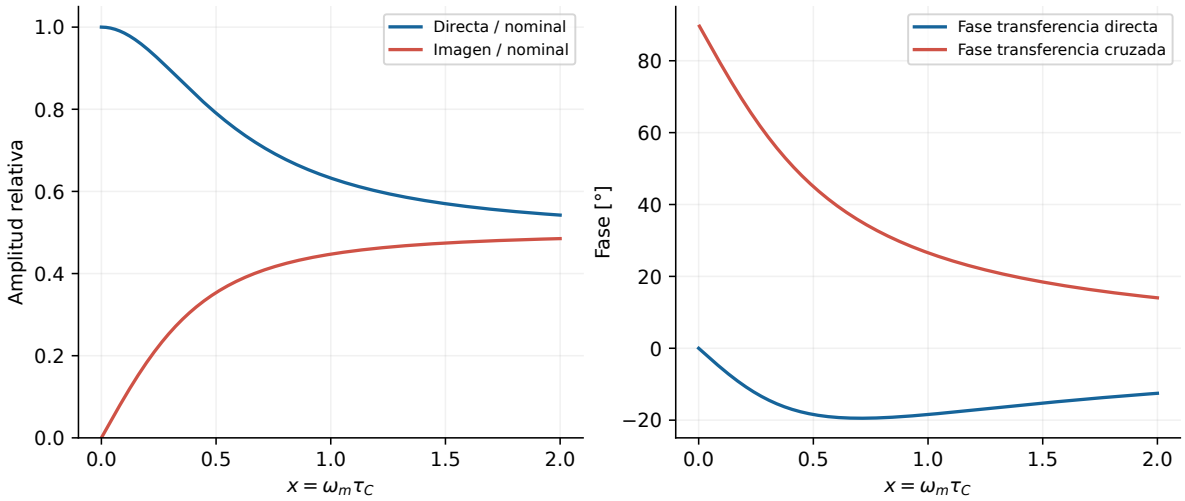


Figura 7.7: Amplitudes referidas a la señal nominal y fases de las transferencias del circuito simétrico. La fase de la transferencia cruzada no es directamente la fase de la imagen RF.

La relación de imagen respecto a la señal deseada real es

$$\left|\frac{E}{D}\right| = \frac{|x|}{\sqrt{1+x^2}}, \qquad L_{\text{img}} = 20\log_{10}\frac{|x|}{\sqrt{1+x^2}}. \tag{7.13}$$

Se diferencian tres referencias: ganancia directa respecto a A_m, nivel de imagen respecto a A_m e imagen respecto a $|D|$.

Tabla 7.1: Circuito capacitivo: valores calculados con ecuación (7.8). D/A_m y E/A_m indican módulos relativos.

x	g_D	g_C	D/A_m [dB]	E/A_m [dB]	Imagen [dBc]
0.10	0.49274	0.04903	-0.13	-20.17	-20.04
0.50	0.39528	0.17678	-2.04	-9.03	-6.99
2.00	0.27116	0.24254	-5.31	-6.28	-0.97

En $x = 0.1$, $g_C = 0.04903$ y $|E| = 0.09806A_m$. En $x = 0.5$, la imagen está a $-9.03\,\text{dB}$ respecto de la amplitud nominal, pero a $-6.99\,\text{dBc}$ respecto de la señal útil real. Cuando $x \to \infty$, $|D| =$

$|E| = A_m/2$: ambas componentes quedan a $-6.02\,\mathrm{dB}$ de la nominal y el rechazo de imagen es $0\,\mathrm{dB}$. Figura 7.8 muestra las componentes en tres grados de acoplamiento: con $x \simeq 0$ la imagen es despreciable; en $x = 0.5$ la componente directa se atenúa y se retrasa mientras la imagen crece; con $x \gg 1$ ambas tienen casi igual módulo y la trayectoria tiende a la recta de 45°.

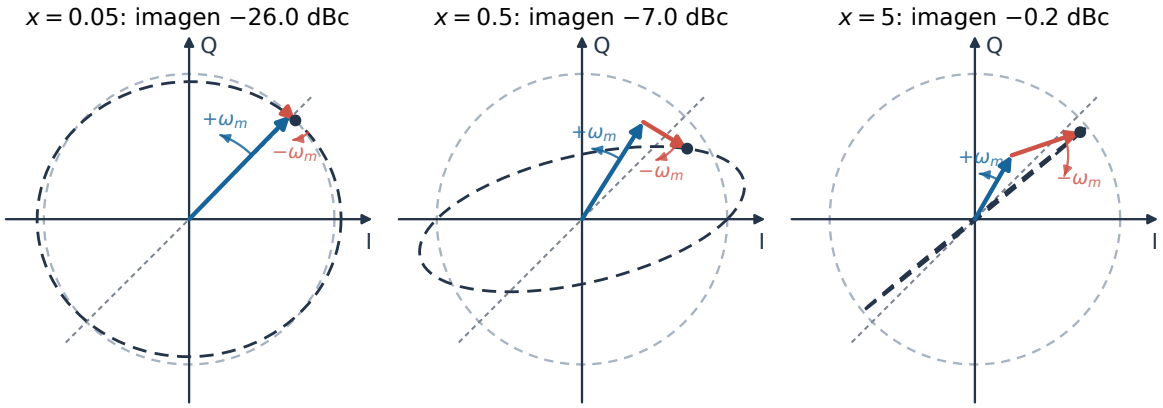


Figura 7.8: Componentes útil (azul) e imagen (rojo) del circuito capacitivo simétrico para $x = 0.05$, 0.5 y 5. La recta punteada indica la dirección de 45°.

Para $x \to 0$ se recupera el círculo. El crecimiento del acoplamiento produce una atenuación y fase de la componente directa, junto con una imagen creciente. El límite de igual módulo hace singular la inversión del sistema: ninguna predistorsión finita puede recuperar dos grados de libertad a través de una única dirección efectiva. Como el circuito es LTI, varios tonos se superponen sin interactuar. Figura 7.11 muestra dos tonos de igual amplitud nominal: la imagen del tono de mayor frecuencia es mayor, como corresponde a un cruce capacitivo, y su componente directa se atenúa más.

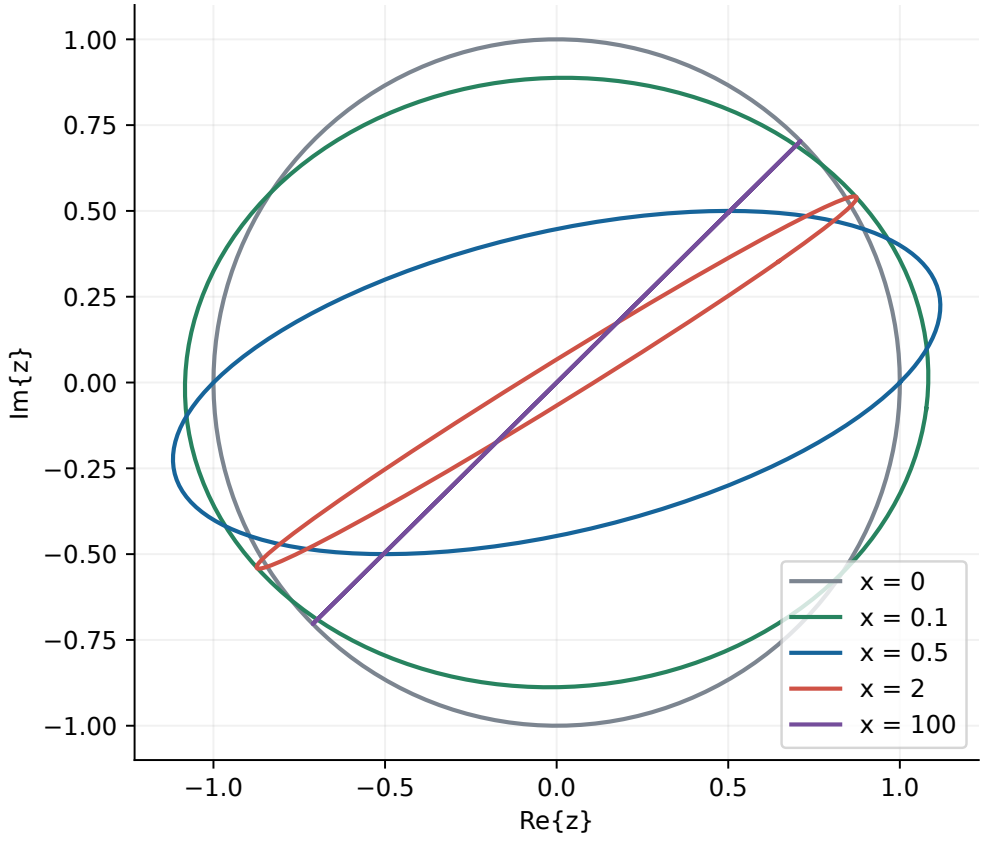


Figura 7.9: Trayectorias de la envolvente para distintos valores de x. El acoplamiento fuerte degenera la elipse en una recta a 45°; la componente deseada y la imagen tienen igual módulo.

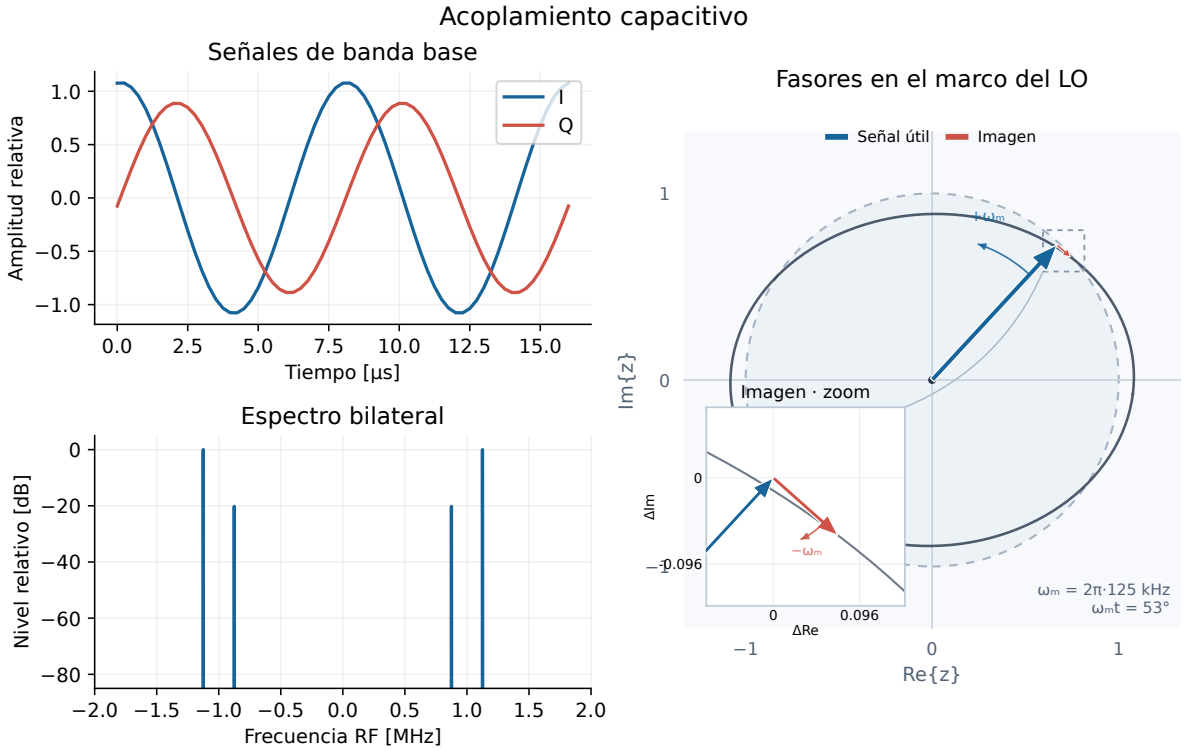


Figura 7.10: Ejemplo temporal y espectral con $R_S = R_L = 50\,\Omega$, $C_M = 5\,\text{nF}$ y $f_m = 125\,\text{kHz}$. Las fuentes se normalizan para obtener $A_m = 1$ sin acoplamiento.

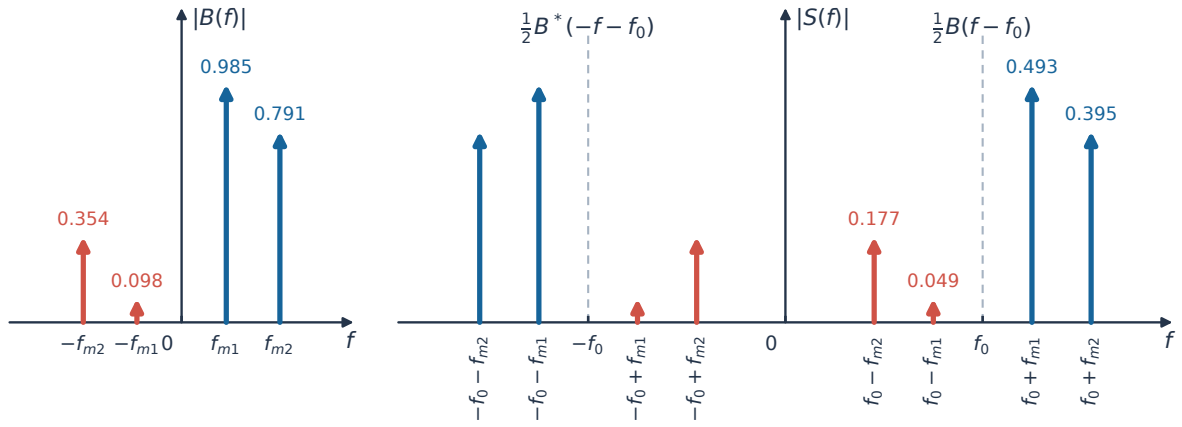


Figura 7.11: Espectro de dos tonos de igual amplitud nominal en el circuito capacitivo, con $x_1 = \omega_{m1}\tau_C = 0.1$ y $x_2 = \omega_{m2}\tau_C = 0.5$. Los niveles se calculan con ecuación (7.8).

Capítulo 8

Retardo diferencial y error combinado

8.1. Retardos en las ramas de banda base

Un retardo temporal τ produce una fase $-\omega\tau$. En el modelo de figura 8.1, los retardos están en las ramas de banda base, antes de los mezcladores.

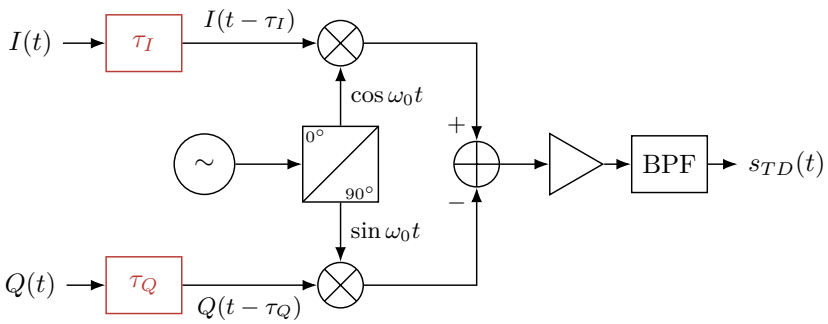


Figura 8.1: Retardos temporales τ_I y τ_Q en las ramas de banda base, antes de los mezcladores.

Para un tono y dos retardos constantes,

$$b_{TD}(t) = A_m \cos[\omega_m(t-\tau_I)] + jA_m \sin[\omega_m(t-\tau_Q)]. \tag{8.1}$$

Se definen $\Delta\tau = \tau_I - \tau_Q$ y $\bar{\tau} = (\tau_I + \tau_Q)/2$. La descomposición es

$$b_{TD}(t) = A_m \cos(\omega_m \Delta\tau/2) e^{-j\omega_m\bar{\tau}} e^{j\omega_m t} + jA_m \sin(\omega_m\Delta\tau/2) e^{j\omega_m\bar{\tau}} e^{-j\omega_m t}. \tag{8.2}$$

Por lo tanto,

$$D = A_m \cos(\omega_m\Delta\tau/2) e^{-j\omega_m\bar{\tau}}, \tag{8.3}$$

$$E = jA_m \sin(\omega_m\Delta\tau/2) e^{j\omega_m\bar{\tau}}. \tag{8.4}$$

Para un coeficiente seno positivo, la fase de imagen es $+\omega_m\bar{\tau} + \pi/2$. Si se define $\bar{\theta}_{TD} = -\omega_m\bar{\tau}$, esa misma fase es $-\bar{\theta}_{TD} + \pi/2$.

La salida RF se calcula siempre tomando la parte real de $b_{TD}(t)e^{j\omega_0 t}$. La fase asociada al retardo común depende de ω_m, porque los retardos de este modelo están antes de los mezcladores. Un retardo de la cadena RF completa produce una fase dependiente de $\omega_0 + \omega_m$ y es un fenómeno diferente.

La representación fasorial es análoga a la del error de cuadratura, pero los desfases añadidos a cada rama, $-\omega_m\tau_I$ y $-\omega_m\tau_Q$, crecen con la frecuencia. Como los retardos no alteran las amplitudes de I y Q, la trayectoria queda inscrita en el cuadrado de lado $2A_m$ y se aplana hacia una diagonal al aumentar $f_m\Delta\tau$ (figura 8.3).

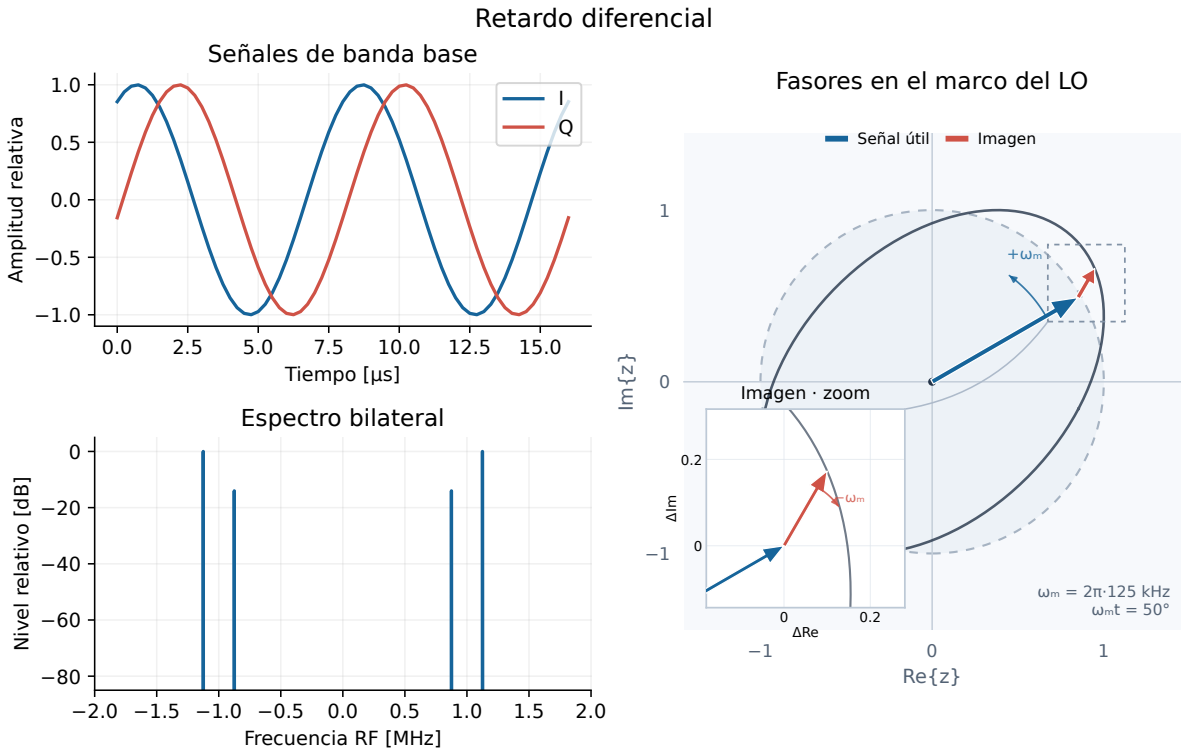


Figura 8.2: Retardos $\tau_I = 0.7\,\mu$s y $\tau_Q = 0.2\,\mu$s a $f_m = 125\,$kHz. La imagen crece con el producto de la frecuencia base y el retardo diferencial.

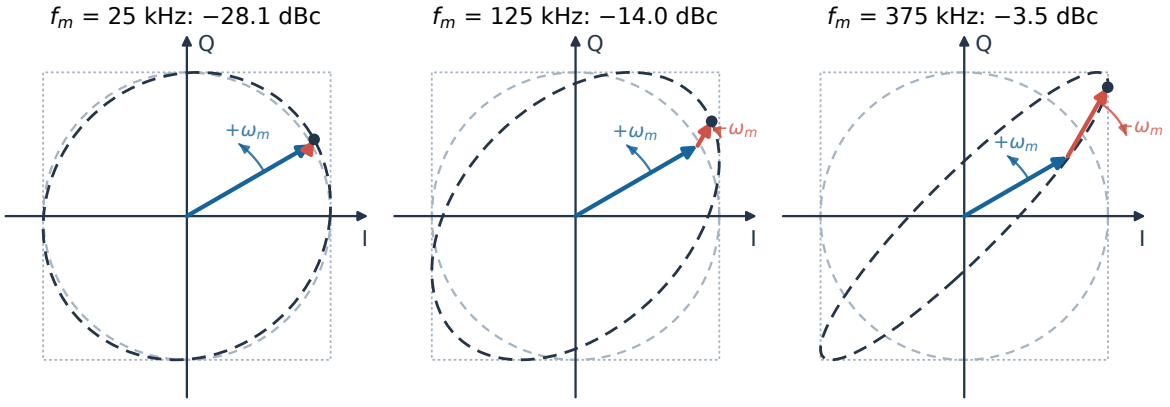


Figura 8.3: Trayectorias para $\tau_I = 0.7\,\mu$s y $\tau_Q = 0.2\,\mu$s a tres frecuencias de banda base. El cuadrado punteado marca las amplitudes de I y Q, que el retardo no modifica.

8.2. Nivel de imagen y aproximación de banda estrecha

$$L_{\text{img}} = 20\log_{10}|\tan(\pi f_m \Delta\tau)|. \tag{8.5}$$

El nivel respecto a la amplitud nominal es, en cambio, $20\log_{10}|\sin(\pi f_m \Delta\tau)|$. No son intercambiables cuando la componente directa se atenúa significativamente.

En el régimen $|\pi f_m \Delta\tau| \ll 1$,

$$|E/D| \simeq \pi |f_m \Delta\tau|. \tag{8.6}$$

Figura 8.4 grafica ambos niveles en función del producto $f_m\Delta\tau$. En escala logarítmica, la imagen crece 20 dB por década mientras vale la aproximación. Esto explica la forma de "alas de murciélago"

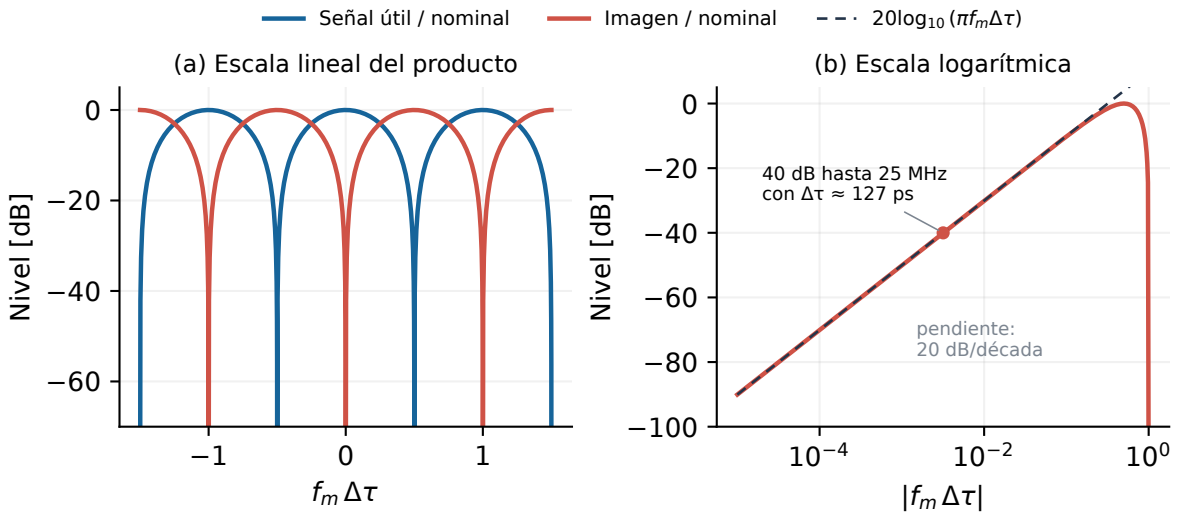


Figura 8.4: Señal útil e imagen, referidas a la amplitud nominal, en función del producto $f_m\Delta\tau$: (a) escala lineal, con ceros y máximos periódicos; (b) escala logarítmica y aproximación de banda estrecha. El punto marca el ejemplo de 40 dB hasta 25 MHz.

alrededor de cero. El crecimiento monótono vale cerca de ese mínimo, no en todo el eje de frecuencia: el modelo trigonométrico tiene otros ceros y máximos. Si se exige una IRR de R_{obj} hasta $|f_m| = F$, la aproximación da

$$|\Delta\tau| \lesssim \frac{10^{-R_{\text{obj}}/20}}{\pi F}. \tag{8.7}$$

Por ejemplo, 40 dB hasta 25 MHz exige aproximadamente 127 ps si sólo existe desbalance por retardo. Un error de ganancia o cuadratura consume parte del presupuesto disponible.

8.3. Cuadratura del LO y retardo simultáneos

Al insertar los canales retardados en ecuación (6.1), se obtiene directamente de los productos trigonométricos

$$\begin{aligned} s(t) = {} & A_m \cos\left(\frac{\Delta\phi - \omega_m\Delta\tau}{2}\right)\cos[(\omega_0+\omega_m)t + \bar{\phi} - \omega_m\bar{\tau}] \\ & - A_m \sin\left(\frac{\Delta\phi + \omega_m\Delta\tau}{2}\right)\sin[(\omega_0-\omega_m)t + \bar{\phi} + \omega_m\bar{\tau}]. \end{aligned} \tag{8.8}$$

Sus coeficientes complejos equivalentes son

$$D = A_m \cos\left(\frac{\Delta\phi - \omega_m \Delta\tau}{2}\right) e^{j(\bar{\phi} - \omega_m \bar{\tau})}, \tag{8.9}$$

$$E = jA_m \sin\left(\frac{\Delta\phi + \omega_m \Delta\tau}{2}\right) e^{j(\bar{\phi} + \omega_m \bar{\tau})}. \tag{8.10}$$

La diferencia y la suma que aparecen en los dos términos deben conservarse. No es correcto usar una misma fase diferencial efectiva para sus dos ganancias sin derivar el modelo.

El cero de imagen cercano al origen satisface

$$f_{m,\text{mín}} = -\frac{\Delta\phi}{2\pi\Delta\tau}, \qquad \Delta\tau \neq 0. \tag{8.11}$$

Existen otros ceros cuando $\Delta\phi + 2\pi f_m \Delta\tau = 2k\pi$. El cero de interés puede quedar fuera de la banda operativa. Si $\Delta\tau = 0$, no se debe usar el cociente de ecuación (8.11): la imagen no presenta esa dependencia en frecuencia.

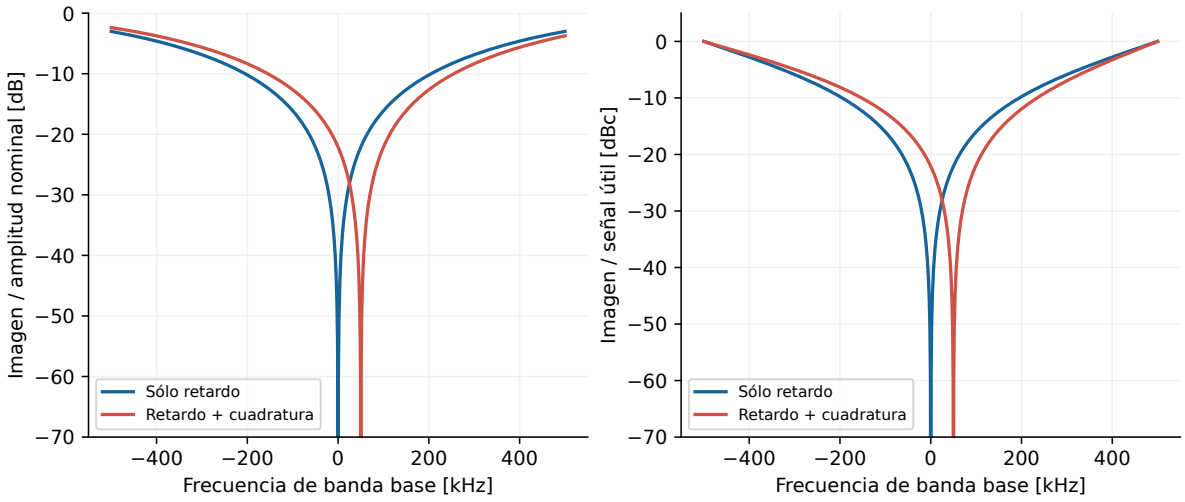


Figura 8.5: Con $\Delta\tau = 0.5\,\mu$s y $\Delta\phi = -9°$, el mínimo se desplaza a 50 kHz. El gráfico distingue la referencia nominal de la señal deseada real.

Cancelar la imagen en una frecuencia no equivale a corregir el modulador en toda la banda. En ese punto la ganancia directa puede ser distinta de uno y su fase también cambia. Ajustar el error de LO hasta desplazar el mínimo a banda base cero elimina su intercepto bajo estos supuestos, pero deja pendiente el retardo diferencial.

Figura 8.6 lo ilustra con tres tonos de banda base de 25, 50 y 75 kHz. Con el error de LO, la imagen del tono de 50 kHz se anula y las otras dos quedan a igual nivel, −28.1 dB. Al corregir la cuadratura, el cero vuelve a f_0 y las imágenes crecen con la frecuencia por efecto del retardo.

8.4. Retardo de fase y retardo de grupo

Un filtro real no tiene necesariamente fase lineal. Para una respuesta $H(\omega)$ con fase desenvuelta $\theta(\omega)$,

$$\tau_p(\omega) = -\frac{\theta(\omega)}{\omega}, \qquad \tau_g(\omega) = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega}. \tag{8.12}$$

Un retardo puro hace coincidir ambas magnitudes. Un filtro all-pass puede mantener magnitud unitaria y modificar el retardo de grupo: los bordes y la envolvente de pulsos cambian aunque el módulo de cada frecuencia permanezca igual. El retardo de fase requiere cuidado en cero; la fase y su derivada dejan de ser confiables donde el módulo es nulo o está bajo el piso de medida.

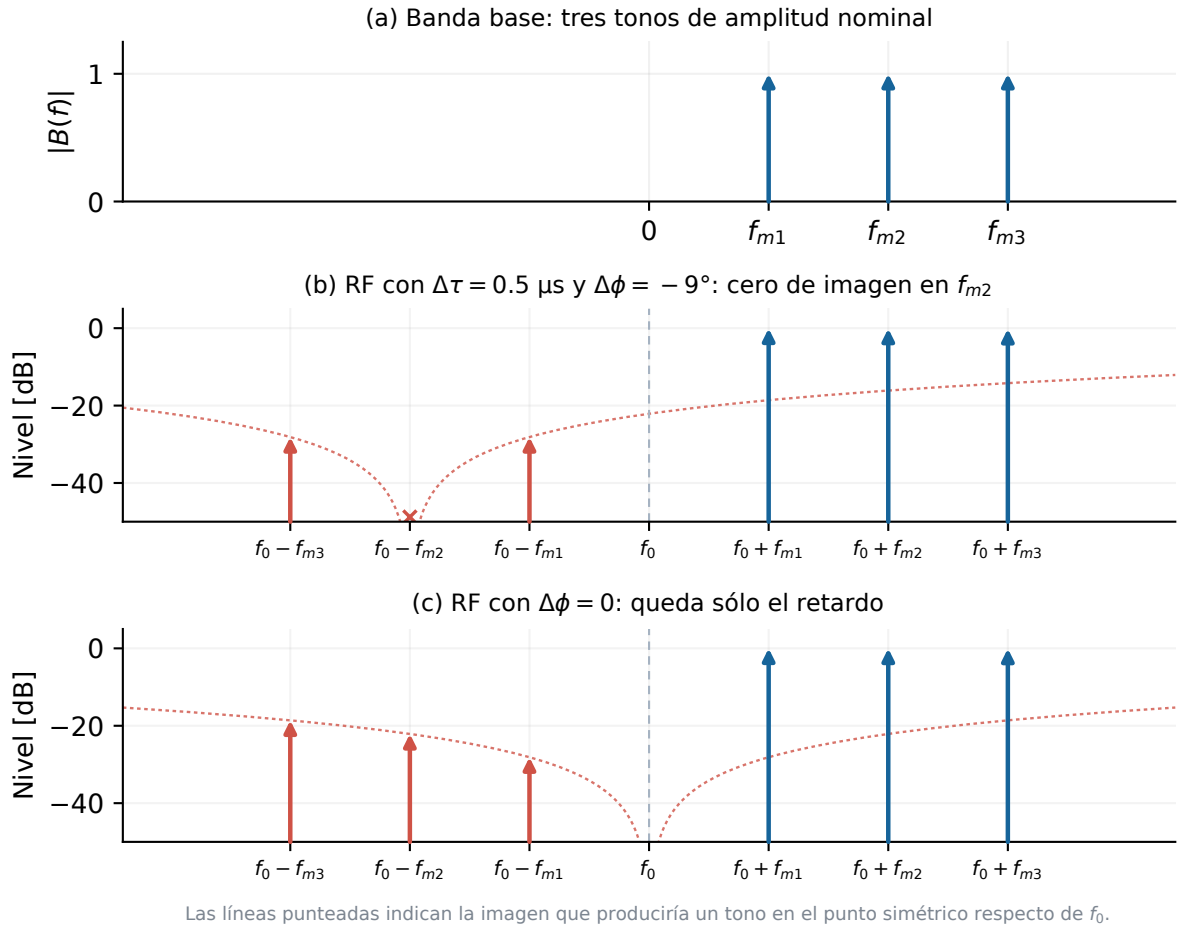


Figura 8.6: Tres tonos con $\Delta\tau = 0.5\,\mu$s: (a) banda base; (b) RF con $\Delta\phi = -9°$, cuyo cero de imagen coincide con $f_{m2} = 50\,$kHz (×); (c) RF con $\Delta\phi = 0$. Niveles referidos a la amplitud nominal.

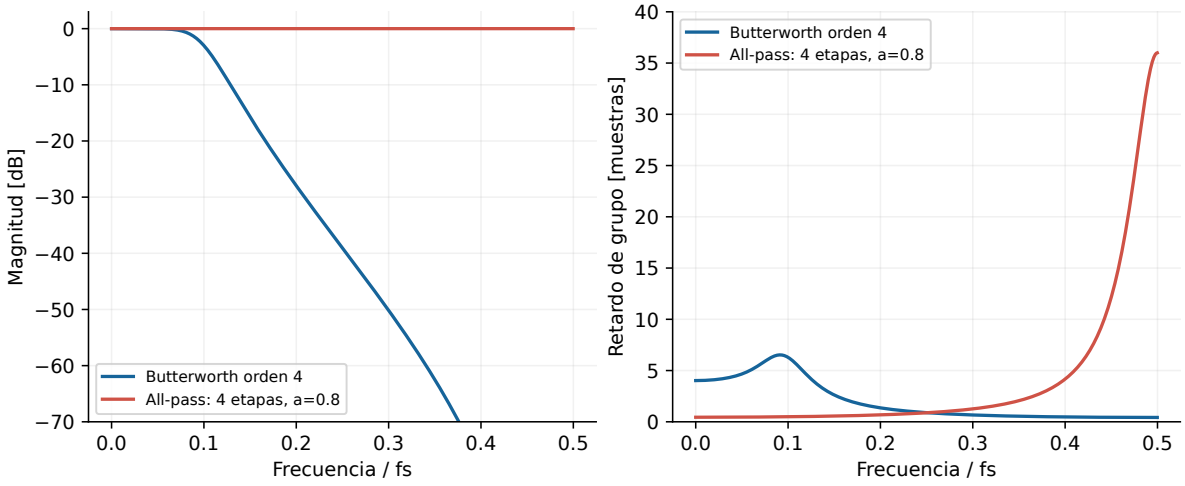


Figura 8.7: Ejemplos de filtros: Butterworth de orden 4 y cascada all-pass de cuatro etapas, con coeficientes explícitos.

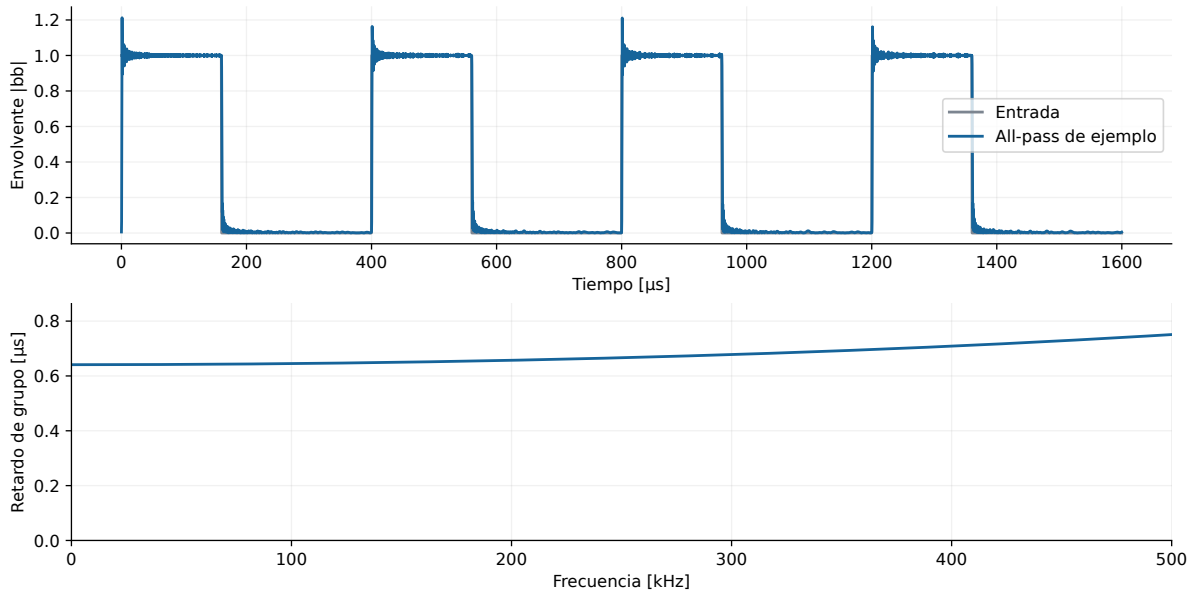


Figura 8.8: Tren alternado de tonos a 125 y 250 kHz, filtrado con un all-pass de ejemplo. El retardo dependiente de frecuencia modifica el alineamiento temporal de los pulsos.

Capítulo 9

Modelo unificado y predistorsión

9.1. Modelo con término conjugado

La combinación de errores lineales constantes puede describirse como

$$z(t) = \alpha b(t) + \beta b^*(t) + c. \tag{9.1}$$

α afecta la señal directa, β su imagen y c la fuga referida al marco del LO. Este modelo se denomina ampliamente lineal porque contiene tanto la variable compleja como su conjugada. Equivale a una transformación afín de las dos coordenadas reales.

No se deben sumar los coeficientes de errores individuales sin considerar el orden de las operaciones. Al encadenar dos bloques, $y = \alpha_1 b + \beta_1 b^*$ y $z = \alpha_2 y + \beta_2 y^*$, resulta

$$\alpha = \alpha_2\alpha_1 + \beta_2\beta_1^*, \qquad \beta = \alpha_2\beta_1 + \beta_2\alpha_1^*. \tag{9.2}$$

Los offsets también se transforman al atravesar las etapas posteriores. Para un sistema físico es preferible construir la matriz de la cadena o estimar sus coeficientes efectivos a partir de una observación coherente.

9.2. Inversión del modelo constante

Para producir una envolvente deseada z_d, se resuelve

$$\begin{bmatrix} z_d - c \\ z_d^* - c^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{\text{pre}} \\ b_{\text{pre}}^* \end{bmatrix}. \tag{9.3}$$

Si $\Delta = |\alpha|^2 - |\beta|^2 \neq 0$,

$$b_{\text{pre}} = \frac{\alpha^*(z_d - c) - \beta(z_d^* - c^*)}{|\alpha|^2 - |\beta|^2}. \tag{9.4}$$

La fórmula corrige ganancia, fase, mezcla cruzada y offset en el modelo constante. Cerca de $\Delta = 0$, la inversa aumenta mucho la amplitud y la sensibilidad al ruido o a errores de estimación. En un modulador con imagen pequeña, el objetivo es reducir $|\beta/\alpha|$ sin consumir el margen de salida; no se pretende invertir una degeneración física.

9.3. Extensión dependiente de frecuencia

Para el sistema LTI de ecuación (7.1), la envolvente de salida tiene la forma

$$Z(f) = A(f)B(f) + C(f)B^*(-f), \tag{9.5}$$

$$A(f) = \frac{H_{II} + H_{QQ} + j(H_{QI} - H_{IQ})}{2}, \tag{9.6}$$

$$C(f) = \frac{H_{II} - H_{QQ} + j(H_{QI} + H_{IQ})}{2}. \tag{9.7}$$

Aquí $C(f)$ es el coeficiente de imagen, no la capacidad C_M. Las respuestas del lado derecho se evalúan en f. Se agrupan las frecuencias reflejadas para invertir

$$\begin{bmatrix} Z(f) \\ Z^*(-f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(f) & C(f) \\ C^*(-f) & A^*(-f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(f) \\ B^*(-f) \end{bmatrix}. \tag{9.8}$$

El determinante es $A(f)A^*(-f) - C(f)C^*(-f)$. No puede reemplazarse automáticamente por $|A(f)|^2 - |C(f)|^2$ sin comprobar las simetrías adicionales del modelo.

Una inversa numérica debe limitarse a la banda caracterizada y conservar las simetrías de los canales reales. Se puede añadir regularización y latencia para realizar filtros causales estables. El filtrado por FFT representa convolución circular; los pulsos aislados requieren relleno con ceros y recorte adecuado, o una implementación lineal equivalente.

9.4. Orden práctico de las correcciones

Es útil distinguir una corrección común, que compensa el espectro del DAC y de los filtros, de una diferencial, que reduce la imagen. La secuencia digital puede reunirlas en una matriz de filtros. Luego se añade el offset de cancelación que corresponda al punto físico donde se inyecta. El ajuste final debe comprobar la RF, porque la señal pasa por todos los bloques analógicos después del cálculo digital.

Para un tono, un factor fijo de fase puede corregir un retardo en esa frecuencia. Para un chirp o una señal ancha, un retardo requiere una respuesta de fase proporcional a frecuencia, por ejemplo un filtro de retardo fraccional. Una calibración escalar a un solo tono no demuestra que la banda completa esté compensada.

Capítulo 10

Procedimiento de calibración y verificación

10.1. Preparación de la medición

Se debe fijar la frecuencia del LO, tasa de muestreo, carga, nivel de salida y temperatura de trabajo. El tono de prueba debe permitir separar la señal deseada, el LO y la imagen. La resolución espectral y el rango dinámico deben ser suficientes para medir el rechazo objetivo. Si hay un receptor de observación, su propio desbalance IQ debe caracterizarse para no atribuirlo al transmisor.

Para un tono base $f_m \neq 0$ se observan

$$f_{\text{des}} = f_0 + f_m, \quad f_{\text{img}} = f_0 - f_m, \quad f_{\text{LO}} = f_0. \tag{10.1}$$

Los offsets, ganancia y error de cuadratura pueden producir componentes espectrales separables con esta excitación [4]. La sola medida de potencia de imagen no identifica su fase ni permite asignar de forma única el error a ganancia, LO, cruce o retardo. Se requieren barridos, excitación adicional o un receptor coherente para estimar el modelo.

10.2. Secuencia propuesta

1. Verificar que I y Q no se saturan y que la RF trabaja en el régimen lineal. Medir el estado sin corrección como referencia.
2. Minimizar la fuga de LO alternando los dos ajustes de DC, como en capítulo 4.
3. Con un tono, ajustar ganancia diferencial y cuadratura para reducir la imagen. Alternar ambos parámetros y comprobar la amplitud útil.
4. Repetir en tonos positivos y negativos distribuidos por la banda útil. Incluir puntos cercanos a cero sin hacer coincidir las líneas.
5. Si la imagen cambia sistemáticamente con frecuencia, ajustar un retardo diferencial o estimar la matriz LTI. Verificar el condicionamiento y el margen de la predistorsión antes de aplicarla.
6. Comprobar nuevamente la fuga de LO, la imagen, la ganancia y la fase después de reunir todas las correcciones.
7. Validar con una señal representativa, como un chirp o un multitono, además del tono utilizado durante el ajuste.
8. Repetir en las condiciones operativas necesarias y registrar los coeficientes junto con los parámetros de medición.

La cancelación de imagen exactamente en $f_m = 0$ no se mide como dos componentes separadas: señal e imagen coinciden en el LO y también puede haber fuga de portadora. Para estimar el intercepto del error de fase se usan tonos próximos a cero o se ajusta un modelo a un barrido.

10.3. FFT, coherencia y normalización

Para muestras $x[n]$, la FFT normalizada por N aproxima las amplitudes de tonos coherentes. Un coseno de amplitud A produce dos coeficientes de módulo $A/2$. El eje correcto es el definido por $\mathrm{fftfreq}(N, 1/f_s)$ y se ordena con fftshift. Un eje construido con un intervalo lineal incluyendo ambos extremos no representa exactamente los bins de la FFT.

Con una ventana $w[n]$, se normaliza por $\sum_n w[n]$ para amplitud de tonos coherentes, y no por el tamaño de una FFT rellenada con ceros. El relleno interpola el espectro, pero no mejora la resolución física de una observación de duración fija. Un tono fuera de bin conserva errores de lectura de pico y fuga espectral; la energía de un pulso o una banda se calcula con la normalización de potencia correspondiente.

Las simulaciones de este informe usan $N = 16384$, $f_s = 4\,\mathrm{MHz}$ y $f_m = 125\,\mathrm{kHz}$ en los casos de tono. Las frecuencias de señal, imagen y LO son coherentes con la ventana de observación. El chirp finito no se interpreta como una línea: su espectro se expresa respecto a una amplitud nominal explícita.

10.4. Criterios de aceptación y límites

Cada aplicación debe fijar al menos el máximo nivel de imagen y fuga, la tolerancia de ganancia, la variación de fase o retardo admisible y el margen antes de saturación. Este informe no asigna umbrales de aceptación a un equipo que no haya sido especificado. La evaluación debe cubrir la banda y las condiciones de operación, no sólo el mejor mínimo de un barrido aislado.

Las simulaciones verifican identidades algebraicas y casos de circuito. No modelan un piso de ruido real ni la deriva ambiental. Un resultado de imagen nula en el modelo representa un cero matemático, no un rechazo experimental infinito.

Capítulo 11

Conclusiones

La envolvente compleja ofrece una representación compacta del modulador IQ, siempre que se mantengan la convención de signos y la normalización entre banda base y RF. La cuadratura pertenece a los ejes y portadoras; los canales I y Q sólo son seno y coseno en excitaciones particulares.

Los offsets generan una componente en el LO. El desbalance de ganancia, la pérdida de cuadratura y el retardo diferencial introducen un término conjugado que refleja el espectro útil. Cada mecanismo puede modificar también la amplitud y la fase deseadas, por lo que minimizar la imagen es una condición necesaria pero no suficiente para conservar la señal.

El acoplamiento entre ramas debe representarse con un circuito o una matriz de transferencias. El circuito capacitivo simétrico estudiado permite derivar tanto el cruce como la modificación directa. Si las ramas no son simétricas, el cruce también puede alterar la componente directa; una conclusión basada sólo en una imagen pura deja de ser válida.

La compensación puede formularse como la inversión de un modelo con término conjugado, o de una matriz de filtros cuando los errores cambian con frecuencia. Su utilidad depende del condicionamiento, del rango de los DACs y de la calidad de la estimación. Una cancelación local por fase y retardo no demuestra una corrección de banda ancha.

El informe separa niveles nominales de relaciones en dBc, explicita las condiciones de los modelos y calcula sus figuras y ejemplos a partir de ellos. El siguiente paso experimental consiste en identificar la matriz efectiva de un modulador concreto, contrastar sus parámetros contra mediciones y validar la corrección en las condiciones previstas de frecuencia, nivel y temperatura.

Bibliografía

[1] Richard Lyons. *Quadrature Signals: Complex, But Not Complicated*. DSP Training, noviembre de 2000.

[2] John Hansen, Agilent Technologies. *Vector Modulation and Frequency Conversion Fundamentals*, 2013.

[3] Xiaogeng Xu y Kai Wen. *Modeling and Compensation of a Non-Ideal I/Q-Modulator*. Tesis de maestría, Chalmers University of Technology, informe EX083/2007, 2007.

[4] Eamon Nash, Analog Devices. *AN-1039: Correcting Imperfections in IQ Modulators to Improve RF Signal Fidelity*. Nota de aplicación, 2009.

[5] Maxim Integrated. *Equalizing Techniques Flatten DAC Frequency Response*. Nota de aplicación 3853, 2012.

[6] Massachusetts Institute of Technology, OpenCourseWare. *8.02 Physics II: Electricity and Magnetism, Summary of Class 21*. Primavera de 2007. Material de inductancia mutua y transformadores.